

# OBTENÇÃO DE COORDENADAS DE SIMETRIA: MODELO MOLECULAR $M(XY_3)_5Z$ ( $C_{4v}$ ). UM EXEMPLO DE APLICAÇÃO DOS OPERADORES DE PROJEÇÃO

GUILLERMO DÍAZ F.\*  
CLAUDIO TÉLLEZ S.\*\*

## RESUMO

Mediante a utilização dos operadores de projeção e baseados na simetria local  $C_{3v}$  dos grupos  $M\text{-}XY_3$  isolados, obtém-se as coordenadas de simetria internas para o modelo molecular  $M(XY_3)_5Z$  de simetria  $C_{4v}$ .

## INTRODUÇÃO

Assumindo livre rotação dos grupos  $XY_3$ , a simetria do modelo molecular  $M(XY_3)_5Z$  pode ser considerada no grupo puntual de simetria  $C_{4v}$ .

Tanto a simetria de cada grupo  $XY_3$  como a da parte estrutural  $M\text{-}XY_3$ , isoladas, é  $C_{3v}$ .

Com base nas coordenadas de simetria da estrutura isolada  $M\text{-}XY_3$ , que definem um conjunto de coordenadas subsimétricas que podem ser representadas por vetores e sobre as quais aplicam-se os operadores de projeção, obtém-se as coordenadas de simetria:

a – Dos grupos  $XY_3$  no modelo molecular.

b – As que representam o acoplamento  $M\text{-}XY_3$ .

A obtenção das coordenadas de simetria do esqueleto  $MN_5X$ , baseia-se na definição das coordenadas internas do esqueleto e na aplicação dos operadores de projeção sobre as coordenadas internas, escolhidas como geradoras de coordenadas de simetria. O exemplo do modelo molecular  $M(XY_3)_5Z$  pode ser aplicado a uma série de cátions complexos e compostos organometálicos que apresentam a estrutura do modelo. Nestes casos, a obtenção das coordenadas de simetria é necessária para o estudo espectroscópico vibracional. Resumimos aqui, com fins didáticos, as idéias de como utilizar a simetria local de ligantes, no caso de complexos (por ex. ligantes  $NH_3$ ) ou de grupos, no caso dos compostos organometálicos (por ex., grupos  $CH_3$ ), para a obtenção das coordenadas de simetria interna para o modelo molecular proposto, ou para outros modelos estruturais que apresentam simetria local.

## TEORIA

Ao realizar uma operação de simetria  $R$  do grupo puntual da molécula sobre uma coordenada  $q_i$ , a coordenada interna resultante pode escrever-se na forma (1, 5)

$$q' = \hat{R} q \quad (1)$$

onde  $\hat{R}$  é o operador da operação de simetria  $R$ .

Multiplicando  $\hat{R} q$  por  $\chi_R^\gamma$ , o caráter da matriz que representa  $R$  na representação irreduzível, pertencente a uma espécie de simetria particular e somando sobre as

operações do grupo puntual, o resultado pode expressar-se por:  $\hat{P}^\gamma q$ , onde  $\hat{P}^\gamma$  é um novo operador, denominado operador de projeção para as espécies  $\gamma$ . A equação que define o operador de projeção é então:

$$\hat{P}^\gamma = \sum_R \chi_R^\gamma \hat{R} \quad (2)$$

A construção das coordenadas de simetria pode realizar-se pelo uso da equação:

$$S_i = [\sum_R \chi_R^\gamma \hat{R}] q_i \quad (3)$$

onde  $S_i$  é a  $i$ -ésima coordenada de simetria,  $R$  é uma operação de simetria,  $q_i$  é a coordenada interna escolhida como geradora da coordenada de simetria  $S_i$ .

O conjunto total de coordenadas de simetria deve ser ortonormal, daí é preciso normalizar o resultado obtido mediante a equação (3).

## DEFINIÇÃO DAS COORDENADAS INTERNAS E REPRESENTAÇÃO DAS VIBRAÇÕES

A estrutura e coordenadas internas para o modelo molecular  $M(XY_3)_5Z$ , estão ilustradas na figura 1. Na tabela I, definem-se as coordenadas internas que formam uma base para as equações de movimento.

O número total de vibrações fundamentais para o modelo  $M(XY_3)_5Z$  é  $3n - 6 = 60$ ; as que podem ser classificadas como:

1. Vibrações dos grupos  $XY_3$ 
  - i) Vibrações no plano equatorial  
 $\Gamma_{vib} = 4a_1 + 2a_2 + 4b_1 + 2b_2 + 6e$
  - ii) Vibrações no eixo principal de simetria  
 $\Gamma_{vib} = 2a_1 + 2e$
2. Vibrações de acoplamento esqueleto-grupos  $XY_3$ 
  - i) Vibrações no plano equatorial  
 $\Gamma_{vib} = 2a_1 + a_2 + 2b_1 + b_2 + 3e$
  - ii) Vibrações no eixo principal de simetria  
 $\Gamma_{vib} = a_1 + e$

\* Professor do Departamento de Química, U. de Chile, Valparaíso.

\*\* Professor Adjunto do Departamento de Química da Universidade Estadual de Londrina-PR.

### 3. Vibrações do esqueleto $MN_5X$

$$\Gamma_{\text{vib}} = 4a_1 + 2b_1 + b_2 + 4e$$

A representação irredutível vibracional é então:

$$\Gamma_{\text{vib}} = 13a_1 + 3a_2 + 8b_1 + 4b_2 + 16e$$

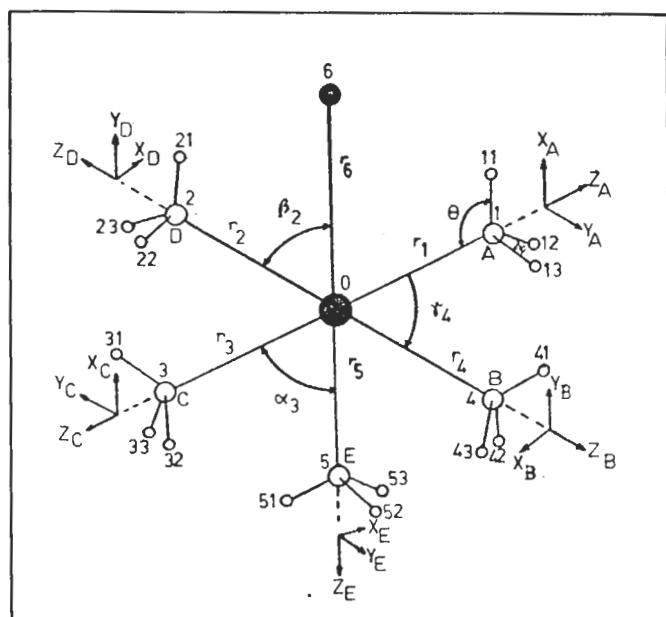


Figura 1. Estrutura e coordenadas internas para o modelo molecular  $M(XY_3)_5Z$  de simetria  $C_{4v}$ .

### COORDENADAS DE SIMETRIA

A construção do conjunto de coordenadas de simetria para os grupos  $XY_3$  e para os acoplamentos  $M-XY_3$  no modelo molecular, basiam-se nas combinações lineares das coordenadas de simetria de uma estrutura  $MXY_3$  (2, 3, 4), de simetria  $C_{3v}$ . As coordenadas de simetria para esta estrutura são as seguintes:

Espécies  $a_1$ :

$$S_1(Z) = 1/\sqrt{3}\Delta(q_1 + q_2 + q_3)$$

$$S_2(Z) = 1/\sqrt{6}\Delta(\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 - \theta_1 - \theta_2 - \theta_3)$$

$$S_3(Z) = \Delta q_4$$

$$S_{\text{red}}(Z) = 1/\sqrt{6}\Delta(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$$

Espécies  $e$ :

$$S_4(Y) = 1/\sqrt{6}\Delta(2q_1 - q_2 - q_3)$$

$$S_5(Y) = 1/\sqrt{6}\Delta(2\phi_1 - \phi_2 - \phi_3)$$

$$S_6(Y) = 1/\sqrt{6}\Delta(2\theta_1 - \theta_2 - \theta_3)$$

$$S_4(X) = 1/\sqrt{2}\Delta(q_2 - q_3)$$

$$S_5(X) = 1/\sqrt{2}\Delta(\phi_2 - \phi_3)$$

$$S_6(X) = 1/\sqrt{2}\Delta(\theta_2 - \theta_3)$$

Adotando uma representação vetorial(4) para as coordenadas de simetria dos grupos  $M-XY_3$  ( $C_{3v}$ ) na estrutura total, as vibrações da classe de simetria  $a_1$  representam-se na direção Z, as vibrações na classe degenerada e, nas direções X e Y respectivamente. Desta forma, as coordenadas subsimétricas representam-se como ilustra a figura 1.

Quaisquer destas coordenadas subsimétricas pode escolher-se como uma coordenada geradora sobre a qual opera o

Tabela I. Definição das coordenadas internas. Modelo  $M(XY_3)_5Z$

Coordenadas	átomos			Coordenadas	átomos		
	i	j	k		i	j	k
$\Delta q_1$	1	11		$\Delta\theta_3$	0	1	13
$\Delta q_2$	1	12		$\Delta\theta_4$	0	4	41
$\Delta q_3$	1	13		$\Delta\theta_5$	0	4	42
$\Delta q_4$	4	41		$\Delta\theta_6$	0	4	43
$\Delta q_5$	4	42		$\Delta\theta_7$	0	3	31
$\Delta q_6$	4	43		$\Delta\theta_8$	0	3	32
$\Delta q_7$	3	31		$\Delta\theta_9$	0	3	33
$\Delta q_8$	3	32		$\Delta\theta_{10}$	0	2	21
$\Delta q_9$	3	33		$\Delta\theta_{11}$	0	2	22
$\Delta q_{10}$	2	21		$\Delta\theta_{12}$	0	2	23
$\Delta q_{11}$	2	22		$\Delta\theta_{13}$	0	5	51
$\Delta q_{12}$	2	23		$\Delta\theta_{14}$	0	5	52
$\Delta q_{13}$	5	51		$\Delta\theta_{15}$	0	5	53
$\Delta q_{14}$	5	52		$\Delta r_1$	0	1	
$\Delta q_{15}$	5	53		$\Delta r_2$	0	2	
$\Delta r_1$	12	1	13	$\Delta r_3$	0	3	
$\Delta r_2$	11	1	13	$\Delta r_4$	0	4	
$\Delta r_3$	11	1	12	$\Delta r_5$	0	5	
$\Delta r_4$	42	4	43	$\Delta r_6$	0	6	
$\Delta r_5$	41	4	43	$\Delta\alpha_1$	5	0	1
$\Delta r_6$	41	4	42	$\Delta\alpha_2$	5	0	2
$\Delta r_7$	32	3	33	$\Delta\alpha_3$	5	0	3
$\Delta r_8$	31	3	33	$\Delta\alpha_4$	5	0	4
$\Delta r_9$	31	3	32	$\Delta\beta_1$	6	0	1
$\Delta r_{10}$	22	2	23	$\Delta\beta_2$	6	0	2
$\Delta r_{11}$	21	2	23	$\Delta\beta_3$	6	0	3
$\Delta r_{12}$	21	2	22	$\Delta\beta_4$	6	0	4
$\Delta r_{13}$	52	5	53	$\Delta\gamma_1$	1	0	2
$\Delta r_{14}$	51	5	53	$\Delta\gamma_2$	2	0	3
$\Delta r_{15}$	51	5	52	$\Delta\gamma_3$	3	0	4
$\Delta\theta_1$	0	1	11	$\Delta\gamma_4$	4	0	1
$\Delta\theta_2$	0	1	12				

operador  $\hat{P}^Y$ .

Para o esqueleto  $MN_5X$ , as coordenadas de simetria obtém-se pela aplicação direta dos operadores de projeção sobre as coordenadas internas escolhidas como geradoras. Por exemplo, para a obtenção da coordenada de simetria na classe  $a_1$ , que caracteriza variações simétricas das distâncias de ligação  $d_{0,1}$ ,  $d_{0,2}$ ,  $d_{0,3}$  e  $d_{0,4}$  (ver figura 1), quaisquer das coordenadas internas  $\Delta r_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) pode escolher-se como geradora. O operador R da operação de simetria R atua sobre esta coordenada, transformando-a segundo a equação (1). Essas transformações estão expressadas na terceira fila da tabela II. Multiplicando estes resultados por  $\chi_R^{A_1}$  obteremos:

	$\rightarrow$ $C_4$	$\leftarrow$ $C_4$	$C_2$	$\sigma_v^{301}$	$\sigma_v^{204}$	$\sigma_v^{34}$	$\sigma_v^{14}$
$R$	$\Delta r_1$	$\Delta r_1$	$\Delta r_4$	$\Delta r_2$	$\Delta r_3$	$\Delta r_1$	$\Delta r_3$
$\chi_R^{A_1}$	1	1	1	1	1	1	1

$$\Sigma(\chi_R^{A_1} R) \Delta r_1 = \Delta r_1 + \Delta r_4 + \Delta r_2 + \Delta r_3 + \Delta r_1 + \Delta r_3 + \Delta r_2 + \Delta r_4$$

então:  $S(a_1) = 2\Delta(r_1 + r_2 + r_3 + r_4)$ . Normalizando este resultado obtemos:

$$S(a_1) = 1/2\Delta(r_1 + r_2 + r_3 + r_4).$$

Tabela II. Transformações das coordenadas internas e subsimétricas do modelo molecular  $M(XY_3)_5Z$  de simetria  $C_{4v}$ .

$C_{4v}$	$E$	$\vec{C}_4$	$\vec{C}_4$	$c_2$	$\sigma_v^{301}$	$\sigma_v^{204}$	$\sigma_v^{34}$	$\sigma_v^{14}$
R	$\Delta r_6$							
R	$\Delta r_5$							
R	$\Delta r_1$	$\Delta r_1$	$\Delta r_4$	$\Delta r_2$	$\Delta r_3$	$\Delta r_1$	$\Delta r_3$	$\Delta r_2$
R	$\Delta \alpha_1$	$\Delta \alpha_1$	$\Delta \alpha_4$	$\Delta \alpha_2$	$\Delta \alpha_3$	$\Delta \alpha_1$	$\Delta \alpha_3$	$\Delta \alpha_2$
R	$\Delta \beta_1$	$\Delta \beta_1$	$\Delta \beta_4$	$\Delta \beta_2$	$\Delta \beta_3$	$\Delta \beta_1$	$\Delta \beta_3$	$\Delta \beta_2$
R	$\Delta \gamma_1$	$\Delta \gamma_1$	$\Delta \gamma_4$	$\Delta \gamma_2$	$\Delta \gamma_3$	$\Delta \gamma_4$	$\Delta \gamma_2$	$\Delta \gamma_1$
R	$Z_A$	$Z_A$	$Z_B$	$Z_D$	$Z_C$	$Z_A$	$Z_C$	$Z_B$
R	$Z_B$	$Z_B$	$Z_C$	$Z_A$	$Z_D$	$Z_D$	$Z_A$	$Z_C$
R	$Z_E$							
R	$X_A$	$X_A$	$Y_B$	$Y_D$	$X_C$	$X_A$	$X_C$	$Y_B$
R	$X_B$	$X_B$	$Y_C$	$Y_A$	$X_D$	$-X_D$	$-X_B$	$-Y_A$
R	$X_E$	$X_E$	$Y_E$	$-X_E$	$X_E$	$-X_E$	$Y_E$	$-Y_E$
R	$Y_A$	$Y_A$	$X_B$	$X_D$	$Y_C$	$-Y_A$	$-Y_C$	$-X_B$
R	$Y_B$	$Y_B$	$X_C$	$X_A$	$Y_D$	$Y_D$	$Y_B$	$X_A$
R	$Y_E$	$Y_E$	$-X_E$	$X_E$	$-Y_E$	$-Y_E$	$Y_E$	$-X_E$
A <sub>1</sub>	1	1	1	1	1	1	1	1
A <sub>2</sub>	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1
X <sub>R</sub> <sup>γ</sup>	B <sub>1</sub>	1	-1	-1	1	1	1	-1
	B <sub>2</sub>	1	-1	-1	1	-1	-1	1
	E	2	0	0	-2	0	0	0

## RESULTADOS

A tabela II ilustra as transformações das coordenadas internas e coordenadas subsimétricas para o modelo molecular  $M(XY_3)_5Z$  de simetria  $C_{4v}$ . Excluindo as coordenadas de torsão e operando em forma análoga ao exemplo dado, obtém-se o seguinte conjunto ortonormal de coordenadas de simetria:

### CLASSE DE SIMETRIA a<sub>1</sub> (Infravermelho e Raman ativas)

Geradores (\*) Coordenadas de simetria

$$Z_A: S_i(a_1) = 1/2 [S(Z_A) + S(Z_B) + S(Z_C) + S(Z_D)] \epsilon_i \\ i = 1, 2, \text{red}; \epsilon_1 = q; \epsilon_2 = (\phi, \theta); \epsilon_{\text{red}} = (\psi, \theta)$$

$$X_A: S_i(a_1) = 1/2 [S(X_A) + S(X_C) + S(Y_B) + S(Y_D)] \epsilon_i \\ i = 3, 4, 5; \epsilon_3 = q; \epsilon_4 = \psi; \epsilon_5 = \theta$$

$$Z_E: S_i(a_1) = [S(Z_E)] \epsilon_i \\ i = 6, 7, \text{red}; \epsilon_6 = q; \epsilon_7 = (\phi, \theta); \epsilon_{\text{red}} = (\psi, \theta)$$

$$\Delta r_6: S_8(a_1) = \Delta r_6$$

$$\Delta r_5: S_9(a_1) = \Delta r_5$$

$$\Delta r_1: S_{10}(a_1) = 1/2 \Delta [\sum_{i=1}^4 r_i]$$

$$\Delta(\alpha_1 - \beta_1): S_{11}(a_1) = 1/2 \sqrt{2} \Delta [\sum_{i=1}^4 \alpha_i - \sum_{i=1}^4 \beta_i]$$

$$\Delta(\alpha_1 + \beta_1): S_{\text{red}}(a_1) = 1/2 \sqrt{2} \Delta [\sum_{i=1}^4 \alpha_i + \sum_{i=1}^4 \beta_i]$$

$$\Delta \gamma_1: S_{\text{red}}(a_1) = 1/2 \Delta [\sum_{i=1}^4 \gamma_i]$$

### CLASSE DE SIMETRIA a<sub>2</sub> (Inativas)

Gerador Coordenadas de simetria

$$Y_A: S_i(a_2) = 1/2 [S(Y_A) + S(Y_C) + S(X_B) + S(X_D)] \epsilon_i \\ i = 1, 2, 3; \epsilon_1 = q; \epsilon_2 = \psi; \epsilon_3 = \theta$$

### CLASSE DE SIMETRIA b<sub>1</sub> (Raman ativas)

Geradores Coordenadas de simetria

$$Z_A: S_i(b_1) = 1/2 [S(Z_A) - S(Z_B) + S(Z_C) - S(Z_D)] \epsilon_i \\ i = 1, 2, \text{red}; \epsilon_1 = q; \epsilon_2 = (\phi, \theta); \epsilon_{\text{red}} = (\psi, \theta)$$

$$X_A: S_i(b_1) = 1/2 [S(X_A) + S(X_C) - S(Y_B) - S(Y_D)] \epsilon_i \\ i = 3, 4, 5; \epsilon_3 = q; \epsilon_4 = \psi; \epsilon_5 = \theta$$

$$\Delta r_1: S_6(b_1) = 1/2 \Delta [\sum_{i=1, 3} r_i - \sum_{j=2, 4} r_j]$$

$$\Delta(\alpha_1 - \beta_1): S_7(b_1) = 1/2 \sqrt{2} \Delta [\sum_{i=1, 3} (\alpha_i - \beta_i) - \sum_{j=2, 4} (\alpha_j - \beta_j)]$$

$$\Delta(\alpha_1 + \beta_1): S_{\text{red}}(b_1) = 1/2 \sqrt{2} \Delta [\sum_{i=1, 3} (\alpha_i + \beta_i) - \sum_{j=2, 4} (\alpha_j + \beta_j)]$$

### CLASSE DE SIMETRIA b<sub>2</sub> (Raman ativas)

Geradores Coordenadas de simetria

$$Y_A: S_i(b_2) = 1/2 [S(Y_A) + S(Y_C) - S(X_B) - S(X_D)] \epsilon_i \\ i = 1, 2, 3; \epsilon_1 = q; \epsilon_2 = \psi; \epsilon_3 = \theta$$

$$\Delta \gamma_1: S_4(b_2) = 1/2 \Delta [\sum_{i=1, 3} \gamma_i - \sum_{j=2, 4} \gamma_j]$$

### CLASSE DE SIMETRIA e (Infravermelho e Raman ativas)

Geradores Coordenadas de simetria

$$Z_A: S_{ia}(e) = 1/\sqrt{2} [S(Z_A) - S(Z_C)] \epsilon_i \\ i = 1, 2, \text{red}; \epsilon_1 = q; \epsilon_2 = (\phi, \theta); \epsilon_{\text{red}} = (\psi, \theta)$$

$$X_A: S_{ia}(e) = 1/\sqrt{2} [S(X_A) - S(X_C)] \epsilon_i \\ i = 3, 4, 5; \epsilon_3 = q; \epsilon_4 = \psi; \epsilon_5 = \theta$$

$$Y_A: S_{ia}(e) = 1/\sqrt{2} [S(Y_A) - S(Y_C)] \epsilon_i \\ i = 6, 7, 8; \epsilon_6 = q; \epsilon_7 = \psi; \epsilon_8 = \theta$$

$$X_E: S_{ia}(e) = [S(X_E)] \epsilon_i \\ i = 9, 10, 11; \epsilon_9 = q; \epsilon_{10} = \psi; \epsilon_{11} = \theta$$

$$\Delta r_1: S_{12a}(e) = 1/\sqrt{2} \Delta [r_1 - r_3]$$

$$\Delta(\alpha_1 - \beta_1): S_{13a}(e) = 1/2 \Delta [\alpha_1 - \alpha_3 - \beta_1 + \beta_3]$$

$$\Delta(\alpha_1 + \beta_1): S_{14a}(e) = 1/2 \Delta [\alpha_1 - \alpha_3 + \beta_1 - \beta_3]$$

$$\Delta \gamma_1: S_{15a}(e) = 1/\sqrt{2} \Delta [\gamma_1 - \gamma_3]$$

$$Z_B: S_{ib}(e) = 1/\sqrt{2} [S(Z_B) - S(Z_D)] \epsilon_i \\ i = 1, 2, \text{red}; \epsilon_1 = q; \epsilon_2 = (\phi, \theta); \epsilon_{\text{red}} = (\psi, \theta)$$

$$Y_B: S_{ib}(e) = 1/\sqrt{2} [S(Y_B) - S(Y_D)] \epsilon_i \\ i = 3, 4, 5; \epsilon_3 = q; \epsilon_4 = \psi; \epsilon_5 = \theta$$

$$X_B: S_{ib}(e) = 1/\sqrt{2} [S(X_B) - S(X_D)] \epsilon_i \\ i = 6, 7, 8; \epsilon_6 = q; \epsilon_7 = \psi; \epsilon_8 = \theta$$

$$Y_E: S_{ib}(e) = [Y_E] \epsilon_i \\ i = 9, 10, 11; \epsilon_9 = q; \epsilon_{10} = \psi; \epsilon_{11} = \theta$$

$$\Delta r_2: S_{12b}(e) = 1/\sqrt{2} \Delta [r_2 - r_4]$$

$$\Delta(\alpha_2 - \beta_4): S_{13b}(e) = 1/2 \Delta [\alpha_2 - \alpha_4 - \beta_2 + \beta_4]$$

$$\Delta(\alpha_2 + \beta_4) \quad S_{14b}(e) = 1/2 \Delta [\alpha_2 - \alpha_4 + \beta_2 - \beta_4]$$

$$\Delta\gamma_2 \quad S_{15b}(e) = 1/\sqrt{2} \Delta [\gamma_2 - \gamma_4]$$

(\*) A modo de exemplo:  $S_i(a_1) = [S(Z_E)]_{\epsilon_i}$ ,  $i = 6, 7$ , red;  $\epsilon_6 = q$ ;  $\epsilon_7 = (\phi, \theta)$ ;  $\epsilon_{red} = (\psi, \theta)$ , compreende as coordenadas:  $S_6(a_1) = [S(Z_E)]_{\epsilon_q}$ ,  $S_7(a_1) = [S(Z_E)]_{\epsilon_{(\phi, \theta)}}$ ,  $S_{red}(a_1) = [S(Z_E)]_{\epsilon_{(\psi, \theta)}}$ .

Nesta nomenclatura,  $Z_E$  indica o vetor Z no ponto E (ver figura 1);  $q$  e  $(\phi, \theta)$  indicam as coordenadas internas consideradas nas coordenadas de simetria  $S_6(A_1)$ ,  $S_7(a_1)$  e  $S_{red}(a_1)$ , referidas ao grupo  $MXY_3$  no ponto E.  $S_6(a_1)$  compreende então, somente coordenadas internas que descrevem variações infinitesimais das distâncias interatômicas; estas assinalam-se pela numeração (5-51), (5-52) e (5-53) na figura 1. A tabela I indica as coordenadas correspondentes à numeração. Assim: (5-51)  $\rightarrow \Delta q_{13}$ , (5-52)  $\rightarrow \Delta q_{14}$  e (5-53)  $\rightarrow \Delta q_{15}$ .  $S_7(a_1)$  inclui as coordenadas internas que denotam variações infinitesimais

dos ângulos das ligações; estas estão assinaladas pelas numerações (52-5-53), (51-5-53), (51-5-52) e (0-5-51), (0-5-52) e (0-5-53) na figura 1. A tabela I indica as coordenadas internas correspondentes à numeração:  $\Delta\psi_{13}$ ,  $\Delta\phi_{14}$ ,  $\Delta\psi_{15}$  e  $\Delta\theta_{13}$ ,  $\Delta\theta_{14}$  e  $\Delta\theta_{15}$  respectivamente.

A sua vez,  $S(Z_E)$  indica as expressões lineares das coordenadas de simetria do modelo  $MXY_3$  nas espécies  $a_1$  (ver acima), sendo estas  $S_1(Z)$  referida as coordenadas internas  $q$ ,  $S_2(Z)$  referida as coordenadas internas  $(\phi, \theta)$  e  $S_{red}(Z)$  referida as coordenadas internas  $(\psi, \theta)$  na expressão redundante. Assim:  $-S_6(a_1) = [S(Z_E)]_{\epsilon_q}$  tem a forma

$$S_6(a_1) = 1/\sqrt{3} \Delta(q_{13} + q_{14} + q_{15})$$

$-S_7(a_1) = [S(Z_E)]_{\epsilon_{(\phi, \theta)}}$  tem a forma

$$S_7(a_1) = 1/\sqrt{6} \Delta(\phi_{13} + \psi_{14} + \psi_{15} - \theta_{13} - \theta_{14} - \theta_{15})$$

$-S_{red}(a_1) = [S(Z_E)]_{\epsilon_{red}}$  tem a forma

$$S_{red}(a_1) = 1/\sqrt{6} \Delta(\psi_{13} + \psi_{14} + \psi_{15} + \theta_{13} + \theta_{14} + \theta_{15}).$$

## ABSTRACT

Using projection operators and based on the  $C_{3v}$  local symmetry of isolated  $M-XY_3$  groups, internal symmetry coordinates are obtained for the  $M(XY_3)_5Z$  molecular model of  $C_{4v}$  symmetry.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Servicio de Desarrollo Científico, Artístico y de Cooperación Internacional de la Universidad de Chile, pelo financiamento otorgado. C.T. agradece à Coordenadoria de Pos-graduação (CPG) da Fundação Universidade Estadual de Londrina pelo apoio recebido.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- |   |  |   |
|---|--|---|
| 1) GANS, P. <i>Vibrating molecules</i> . London, Chapman and Hall, 1971.  | kopische Untersuchungen und Kraftkonstantenberechnungen von Verbindungen mit M ( $XH_3$ ) – Gruppen. Universität Dortmund, 1978. Thesis Universität Dortmund – Alemanha Federal. | fondamentales de composés de co-ordination hexamminés. <i>Spectrochim. Acta.</i> , 20(305-315): 1964.                                     |
| 2) SHIMANOUCHI, T. <i>Physical chemistry and advance treatise</i> . New York, Academic Press, 1970. v. 4, p. 233. | TERRASE, J.M.; POULET, H.; Mathieu, J.P. Spectres de vibrations et fréquences  | 5) WOODWARD, L.A. <i>Introduction to the theory of molecular vibrations and vibrational spectroscopy</i> . Oxford University Press, 1972. |
| 3) TÉLLEZ, C. Schwingungsspektros-  |  |   |