

“ANÁLISE DA APROXIMAÇÃO TAMM-DANCOFF + PROJEÇÃO EM UM MODELO SOLÚVEL”\*

AKIYOSHI MIZUKAMI\*\* e SÉRGIO AUGUSTO CARIAS DE OLIVEIRA\*\*\*

RESUMO

O método de três aproximações sucessivas. Hartree-Fock + Tamm-Dancoff + Projeção é aplicado a um modelo solúvel devido a Lipkin e colaboradores constituído de N fermions distribuídos em dois níveis de energia N-degenerados e com interação via monopolo-monopolo. Testa-se o método comparando seus resultados com as soluções exatas.

1. INTRODUÇÃO:

A aproximação Tamm-Dancoff + Projeção é usada na tentativa de descrever núcleos atômicos do tipo par-par (número de prótons e número de nêutrons par) deformado. (1, 2)

Como um primeiro passo é usada a aproximação de Hartree Fock (HF) para a resolução da Hamiltoniana do sistema. Posteriormente, usa-se o método de Tamm-Dancoff (TD) no tratamento das interações residuais. Para os núcleos deformados há, no entanto, uma “quebra” na simetria rotacional tanto no tratamento de HF, como no tratamento posterior de TD. É necessário então o uso do método de projeção para obter-se estados com momento angular bem definidos.

O propósito deste trabalho é examinar e ilustrar o método exposto acima aplicando-o a um modelo solúvel desenvolvido por H.J. Lipkin e colaboradores<sup>3)</sup>. Esse modelo, consiste em dois níveis, cada um com degenerescência igual ao número de fermions e com interação residual essencialmente do tipo monopolo-monopolo.

O modelo Hamiltoniano de Lipkin, além de conter muitas das características da Hamiltoniana nuclear, pode ser resolvido exatamente pela teoria de grupos. Daí o interesse em se estudar vários métodos de aproximação em problemas de muitos corpos nucleares, aplicando-os em tal modelo Hamiltoniano. (3, 4, 5) Nosso objetivo, portanto, é aplicar a aproximação Tamm-Dancoff + Projeção no modelo Hamiltoniano de Lipkin e analisar o seu resultado, comparando-o com o resultado exato obtido pela teoria de grupos.

II. O MODELO HAMILTONIANO

O modelo de Lipkin consiste em um sistema de N fermions com dois níveis de energia, cada um com degenerescência N. Cada estado é descrito por dois números quânticos p e σ, onde σ possui dois valores:

+1 se a partícula está no nível superior, e -1 se está no nível inferior, e p indica os restantes números quânticos. As partículas interagem essencialmente pela via monopolo-monopolo, a qual espalha as partículas entre dois níveis, conservando o valor p. O Hamiltoniano que descreve tal sistema tem a seguinte forma:

$$H = \frac{1}{2} \epsilon \sum_{p,\sigma} \sigma a_{p\sigma}^+ a_{p\sigma} + \frac{V}{2} \sum_{p,p',\sigma} a_{p\sigma}^+ a_{p'\sigma}^+ a_{p'\sigma} a_{p\sigma}$$

Onde  $a_{p\sigma}^+$  e  $a_{p\sigma}$  são respectivamente operadores de criação e aniquilação de partículas no estado (p, σ).

Com o formalismo quase-Spin, o Hamiltoniano de Lipkin pode ser representado como

$$H = \epsilon J_0 + \frac{V}{2} (J_+^2 + J_-^2) = \epsilon J_z + V (J_x^2 - J_y^2) \quad (II - 1)$$

Onde  $J_+$ ,  $J_-$  e  $J_0$  são os operadores quase-Spin que podem ser definidos por:

$$J_+ = \sum_p a_{p+1}^+ a_{p-1} = (J_x)^+ = J_x + i J_y$$

$$J_0 = \frac{1}{2} \sum_{p,\sigma} \sigma a_{p\sigma}^+ a_{p\sigma} = J_z$$

Os operadores  $J_x$ ,  $J_y$  e  $J_z$  obedecem às relações de comutação do momento angular.

As propriedades mais importantes do modelo Hamiltoniano são:

(i) O Hamiltoniano comuta com os seguintes operadores:

$$J^2 = J_x^2 + J_y^2 + J_z^2$$

$$\tilde{\pi} = e^{-i\pi(J_0 + J)} ; j = N/2$$

$$N_p = \sum_{\sigma} a_{p\sigma}^+ a_{p\sigma}$$

(ii) Uma rotação de 180 graus no espaço de quase-spin ao redor de um eixo no plano xy, a um ângulo de 45 graus em relação ao eixo x e y, muda H em -H, os autovalores

\*Trabalho financiado pela C.P.G.-FUEL e FAPESP.

\*\*Doutor em Física Teórica e professor do CCE na FUEL e Instituto de Física da USP.

\*\*\*Mestre em Física Teórica e professor do CCE na FUEL.

de H aparecem aos pares de sinais opostos e com o mesmo módulo.

Da propriedade (i) a função de onda exata é autovetor de  $J^2$  e é uma combinação linear dos autovetores  $|J, M\rangle$  de  $J_z$ , mas M diferindo de um número par devido à simetria (ii), isto é,

$$|\psi_J(\alpha)\rangle = \sum_n a_n^{J\alpha} |J, -J+k+2n\rangle; \quad (II - 2)$$

$k=0$  ou  $1$  e  $J \leq N/2$

O grau de cada equação secular ainda é reduzido por um fator dois pela propriedade (ii). E observando que o hamiltoniano (II-1) não possui uma dependência explícita em número de partículas, a solução para um dado valor de J não se aplica somente ao multiplete do estado fundamental  $J=N/2$  mas também aos multipletos de número de partículas maior, tendo o mesmo valor de J. As expressões explícitas de energia  $N = 2, 3, 4, 6$  e 8 e os valores numéricos para  $N = 14, 30$  e 50 em função do parâmetro  $VN/\epsilon$  são dados na referência (3)

### III. HARTRE-FOCK DE SIMETRIA QUEBRADA (ou HF "deformado")

O estado fundamental não perturbado,,

$$|\psi_0\rangle = \prod_{i \leq p \leq N} a_i^+ |0\rangle \quad (III - 1)$$

é seguramente uma solução de HF, pois que a interação só produz excitações de duas partículas e, assim automaticamente, obedece à condição de HF (a excitação de uma partícula é nula). Essa solução possui toda a simetria do hamiltoniano (II - 1), isto é, é autovetor de  $J^2$ , operador paridade, e todos os  $n_p$ .

A solução "deformada" de HF é obtida quebrando a simetria de "paridade"  $\pi$ , mas retendo todas as outras simetrias. Para tanto, os estados de partículas independente deformados são, obtidos misturando os estados com um dado valor p e "paridades" opostas ( $\sigma = \pm 1$ ).

A mistura desses dois estados com o mesmo p corresponde a uma rotação no espaço de quase-spin, logo o determinante de Slater "deformado" é obtido pela rotação do estado não perturbado  $|\psi_0\rangle$  no espaço de quase spin. Pode-se mostrar que a minimização do valor esperado do hamiltoniano (II - 1) em função dos ângulos de Euler é realizada pela rotação de um ângulo  $\beta$  em torno do eixo x (6). Consequentemente, o determinante de Slater, "deformado" pode ser representado por:

$$|\psi_\beta\rangle = U^+(\beta) |\psi_0\rangle \quad (III - 2)$$

Sendo  $U(\beta)$ , operador de rotação no espaço de quase-spin de um ângulo  $\beta$  em torno do eixo x.

$$U(\beta) = e^{-i\beta J_x}$$

O hamiltoniano (II - 1), em termos dos operadores de quase-spin, nas novas coordenadas, fica:

$$\mathcal{H} = \frac{H}{\epsilon} = E_0 + [\xi + 2v\eta^2 (j - 1/2)] (J'_0 + j) - \frac{E_1}{2j} [J'_+ - J'_-] + iv\eta\xi \left\{ J'_+ (J'_0 + j) - \right.$$

$$\left. - (J'_0 + j) J'_- \right\} + v\eta^2 \left[ \frac{1}{2} (J'_0 + j) - (J'_0 + j)^2 \right] + \frac{v}{2} \eta^2 J'_+ J'_- + \frac{v}{4} (1 + \xi^2) [J'^2_+ + J'^2_-] \quad (III - 3)$$

As disposições dos operadores de quase-spin são tais que o hamiltoniano está numa forma normal, isto é, interpretando os  $J'_i$  em termos de operadores de criação antecedem aos de aniquilação. Explicitando:

$$J'_\pm = U^+ J_\pm U$$

$$a_{p\sigma}^{+\prime} = U^+ a_{p\sigma}^+ U$$

$$c_p^+ = a_{p+1}^{+\prime}$$

$$c_p = a_{p+1}^{\prime}$$

$$b_p^+ = a_{p-1}^{\prime}$$

$$b_p = a_{p-1}^{+\prime}$$

$$J'_+ = \sum_p c_p^+ b_p^+$$

$$J'_- = \sum_p b_p c_p$$

operadores de partícula

operadores de buraco

$$(J'_0 + j) = \frac{1}{2} \sum_p (c_p^+ c_p + b_p^+ b_p) \quad ; j = N/2$$

$$(J'_0 + j)^2 - \frac{1}{2} (J'_0 + j) = \frac{1}{4} \sum_{pp'} (c_p^+ c_{p'}^+ c_p c_{p'} + b_p^+ b_{p'}^+ b_p b_{p'}) + \frac{1}{2} \sum_{pp'} c_p^+ b_{p'}^+ b_p c_{p'}$$

$$E_0 = \langle \psi_\beta | \mathcal{H} | \psi_\beta \rangle = -j [\xi + v\eta^2 (j - 1/2)]$$

$$E_1 = \langle \psi_\beta | \mathcal{H} J'_+ | \psi_\beta \rangle = ij\eta [1 - 2v\xi (j - 1/2)]$$

No método de HF, a minimização de  $E_0$  em função de  $\beta$  equivale a eliminar, no hamiltoniano, os termos de criação e aniquilação dos pares partícula-buraco; no nosso caso corresponde a eliminar os termos que contêm somente os operadores  $J'_+$  e  $J'_-$ , isto é,

$$E_1 = 0$$

A equação acima resulta em duas espécies de soluções:

(a)  $\eta_0 = \sin \beta = 0 \Rightarrow \beta = 0$  (solução trivial, caso não deformado)

(b)  $\xi_0 = \cos \beta = \frac{1}{2v(j - 1/2)}$  (solução deformada)

Como nós já esperávamos, uma das soluções de HF (a) é simplesmente o estado fundamental não perturbado  $|\psi_0\rangle$ . A segunda solução (b), caso deformado, só é possível se

$$2v(j - \frac{1}{2}) > 1$$

Observe que a solução deformada possui duas soluções em  $\beta$ , de sinais opostos e de mesmo módulo, significando, então, uma espécie de degenerescência da energia de HF, a qual é geralmente associada com um conjunto de estados coletivos de excitação "quase degenerado" com o estado fundamental. Se as soluções degeneradas de HF possuem fortes componentes desses estados coletivos, o espectro dos estados coletivos energeticamente mais baixos pode ser obtido da solução de HF ( $|\psi_0\rangle$ ) restaurando a simetria quebrada, por meio de projeção. Para o nosso caso, devemos restaurar a simetria ligada ao operador de "paridade"  $\hat{\pi}$  cujo projetor correspondente tem a seguinte forma:

$$P_{\pm} = (1 \pm \hat{\pi})/2 \tag{III - 4}$$

E os estados coletivos ("banda fundamental") podem ser expressos por:

$$|\psi_{\pm}^0\rangle = P_{\pm} |\psi_{\beta_0}\rangle \tag{III - 5}$$

Assim, o valor esperado do hamiltoniano fica:

$$\frac{\langle \psi_{\pm}^0 | \mathcal{H} | \psi_{\pm}^0 \rangle}{\langle \psi_{\pm}^0 | \psi_{\pm}^0 \rangle} = \langle \psi_{\beta_0} | \mathcal{H} | \psi_{\beta_0} \rangle \left\{ 1 \pm \frac{\eta_0^2 \xi_0^{2j} - 2}{1 \pm \xi_0^{2j}} \right\} \tag{III - 6}$$

O "gap" de HF ( $\Delta$ ), isto é, a diferença da menor energia da partícula independente não ocupada pela a da maior energia ocupada, é exatamente o fator multiplicativo do operador no segundo termo da expressão (III - 3):

$$\Delta = \xi_0 + 2v\eta_0^2 (j - 1/2) = \frac{1}{\xi_0} = 2v (j - 1/2) > 1 \tag{III - 7}$$

#### IV. MÉTODO DE TAMM-DANCOFF

O método de Tamm-Dancoff consiste em aproximar os estados mais baixos de excitação por meio de uma expansão truncada de estados de n-partículas e n-buracos ( $n = 0, 1, 2, \dots, k$ ). Para o nosso problema, os estados de TD de ordem  $K \leq 2j$  são representados por:

$$|\psi_{\pm}^X\rangle = A^0 |\psi_{\beta_0}\rangle + \sum_{p_1} A^1_{p_1} c^+_{p_1} b^+_{p_1} |\psi_{\beta_0}\rangle + \sum_{p_1 p_2} A^2_{p_1 p_2} c^+_{p_1} b^+_{p_1} c^+_{p_2} b^+_{p_2} |\psi_{\beta_0}\rangle + \dots + \sum_{p_1 p_2 \dots p_k} A^k_{p_1 p_2 \dots p_k} c^+_{p_1} b^+_{p_1} c^+_{p_2} b^+_{p_2} \dots c^+_{p_k} b^+_{p_k} |\psi_{\beta_0}\rangle$$

Como nós estamos interessados no caso em que contém o estado fundamental, o estado de TD deve ser auto-estado de  $J^2$  de autovalor  $J = j = N/2$ , ou seja:

$$|\psi_{\pm}^X\rangle = \sum_{n=0}^k A^X_n |\psi^n\rangle \tag{IV - 1}$$

onde,

$$|\psi^n\rangle = [J^+ ]^n |\psi_{\beta_0}\rangle$$

O fator de normalização é:

$$\langle \psi^n | \psi^n \rangle = a_n = (n!)^2 \binom{2j}{n} \tag{IV - 2}$$

e os elementos de matriz a ser diagonalizada no método de TD são:

$$\langle \psi^n | \mathcal{H} | \psi^n \rangle = \left\{ (2j - 1)(n - j) - (\Delta^2 - 1) [j(j - 1/2) - 3n(j - n/2)] \right\} \frac{a_n}{(2j - 1)\Delta} \tag{IV - 3a}$$

$$\langle \psi^n | \mathcal{H} | \psi^{n+1} \rangle = -i\eta \sqrt{\Delta^2 - 1} \frac{a_{n+1}}{(2j - 1)\Delta} \tag{IV - 3b}$$

$$\langle \psi^n | \mathcal{H} | \psi^{n+2} \rangle = \frac{\Delta^2 + 1}{4} \frac{a_{n+2}}{(2j - 1)\Delta} \tag{IV - 3c}$$

#### IV. MÉTODO DE TAMM-DANCOFF + PROJEÇÃO

A função de onda de TD ainda não é autoestado do operador  $\hat{\pi}$ , devemos, portanto, restabelecer a simetria, projetando as suas funções de onda, para que sejam quanticamente corretas, isto é,

$$|\psi_{\pm}^X\rangle = P_{\pm} |\psi^X\rangle = \sum_{n=0}^k A^X_n |\psi^n_{\pm}\rangle \tag{IV - 4}$$

$$|\psi^n_{\pm}\rangle = P_{\pm} |\psi^n\rangle \tag{IV - 5}$$

Assim obtemos diversas bandas de energia da mesma espécie à da fundamental, bandas com o mesmo valor  $J = j$ ,

$$\langle \psi^X_{\pm} | \mathcal{H} | \psi^X_{\pm} \rangle / \langle \psi^X_{\pm} | \psi^X_{\pm} \rangle$$

Mas, como a superposição

$$\langle \psi^X_{\pm} | \psi^X_{\pm} \rangle = \sum_{n, n'} A^X_n A^{X'}_{n'} \langle \psi^n_{\pm} | \psi^{n'}_{\pm} \rangle, \quad X \neq X' \tag{IV-6}$$

não é nula, precisamos misturar as bandas, geralmente um número limitado, as mais baixas em energia, para obter estados ortogonais, ou seja,

$$|\psi^{\alpha}_{\pm}\rangle = \sum B^{\alpha}_{\pm} |\psi^X_{\pm}\rangle \tag{IV - 7}$$

Os quais são obtidos pelo método variacional,

$$\delta \frac{\langle \psi^{\alpha}_{\pm} | \mathcal{H} | \psi^{\alpha}_{\pm} \rangle}{\langle \psi^{\alpha}_{\pm} | \psi^{\alpha}_{\pm} \rangle} = 0, \text{ o que resulta na seguinte equação:}$$

$$\sum_{X'} \langle \psi^X_{\pm} | \mathcal{H} | \psi^X_{\pm} \rangle B^{\alpha}_{X'} = E^{\alpha}_{\pm} \sum_{X'} \langle \psi^X_{\pm} | \psi^X_{\pm} \rangle B^{\alpha}_{X'} \tag{IV-8}$$

Essa equação pode ser resolvida usando o método de dupla diagonalização.

Os elementos das matrizes da equação acima são calculados em função de:

$$\langle \psi^n_{\pm} | \mathcal{H} | \psi^n_{\pm} \rangle = \frac{1}{2} \left\{ \langle \psi^n | \mathcal{H} | \psi^n \rangle \pm \sum_{\ell=n'-2}^{n'+2} \langle \psi^n | \mathcal{H} | \psi^{\ell} \rangle \right\}$$

$$x^{(i)} \ell^{+n} \sqrt{\frac{an}{a\ell}} d_{-j+\ell, -j+n}^j(2\beta) \quad (IV - 9) \quad \langle \psi_{\pm}^1 | \psi_{\pm}^1 \rangle = j \left\{ 1 \pm \frac{1}{\Delta 2j} [(2j-1) \Delta^2 - 2j] \right\} \quad (IV - 15 - c)$$

$$\langle \psi_{\pm}^{n'} | \psi_{\pm}^n \rangle = \frac{an'}{2} \left\{ \delta_{n' n \pm(i)}^{(n'+n)} \sqrt{\frac{an'}{an}} d_{-j+n', -j+n}^j(2\beta) \right\} \quad (IV - 10) \quad \text{RESULTADOS E DISCUSS\OES}$$

onde,

$$d_{m, m'}^j(\theta) = \langle j m | e^{-i\theta J_y} | j m' \rangle \quad (IV - 11)$$

e os  $\langle \psi^{n'} | \mathcal{H} | \psi^n \rangle$  s\ao dados em (IV - 3 - a, b e c).

Geralmente a aproxima\c\ao TD \e calculada em primeira ordem. Por essa raz\ao, o nosso estudo se limita \a aproxima\c\ao de primeira ordem aplicada ao modelo de Lipkin. No entanto, faremos coment\arios no final do trabalho sobre as aproxima\c\oes de ordens superiores.

Como  $\langle \psi^0 | \mathcal{H} | \psi^1 \rangle = 0$  (condi\c\ao de HF), a solu\c\ao TD de primeira ordem \e trivial:

$$|\psi^0\rangle = |\psi^0\rangle \\ |\psi^1\rangle = |\psi^1\rangle$$

As correspondentes energias de TD s\ao:

$$E_0^{TD} = \frac{\langle \psi^0 | \mathcal{H} | \psi^0 \rangle}{\langle \psi^0 | \psi^0 \rangle} = -j \left[ \frac{1 + \Delta^2}{2\Delta} \right] = E_0 \quad (IV - 12)$$

$$E_1^{TD} = \frac{\langle \psi^1 | \mathcal{H} | \psi^1 \rangle}{\langle \psi^1 | \psi^1 \rangle} = \left[ (1-j) \cdot \frac{(\Delta^2 - 1)}{2} (j-3) \right] \frac{1}{\Delta} \quad (IV - 13)$$

As express\oes (IV - 9) e (IV - 10), em termos do "gap" ( $\Delta$ ), ficam:

$$\langle \psi_{\pm}^0 | \mathcal{H} | \psi_{\pm}^0 \rangle = (-j) \left[ \frac{1 + \Delta^2}{4\Delta} \right] \left( 1 \pm \frac{1}{\Delta 2j - 2} \right) \quad (IV - 14 - a) \quad \text{para } \Delta \rightarrow \infty \text{ ou } \beta \rightarrow \pi/2$$

$$\langle \psi_{\pm}^0 | \mathcal{H} | \psi_{\pm}^1 \rangle = \mp \frac{(i)}{2} j(j-1) \frac{1 + \Delta^2}{\Delta 2j - 1} \sqrt{\Delta^2 - 1} \quad (IV - 14 - b) \quad \text{Em (IV - 9) e (IV - 10)}$$

$$\langle \psi_{\pm}^1 | \mathcal{H} | \psi_{\pm}^1 \rangle = -j \left\{ [(j-1) + \frac{\Delta^2 - 1}{2} (j-3)] \times \left[ 1 \pm \frac{(2j-1) \Delta^2 - 2j}{\Delta 2j - 2} \right] \frac{1}{\Delta} \pm j(\Delta^2 - 3) (\Delta^2 - 1) \frac{1}{\Delta 2j - 1} \right\} \quad (IV - 14 - c)$$

$$\langle \psi_{\pm}^0 | \psi_{\pm}^0 \rangle = \frac{1}{2} \left( 1 \pm \frac{1}{\Delta 2j} \right) \quad (IV - 15 - a)$$

$$\langle \psi_{\pm}^0 | \psi_{\pm}^1 \rangle = \pm i j \sqrt{1 - \frac{1}{\Delta^2}} \frac{1}{\Delta 2j - 1} \quad (IV - 15 - b)$$

Na proximidade da instabilidade,  $\Delta \rightarrow 1$  ou  $\beta \rightarrow 0$ , de (IV - 15 - a)  $\rightarrow$  (IV - 15 - c), observamos que os estados projetados s\ao praticamente ortogonais e  $|\psi^0\rangle$  e  $|\psi^1\rangle$  s\ao autotestados quase puros da paridade, o que n\ao \e de estranhar, j\aa que se  $\beta = 0$  temos estado puro de paridade. Essa pequena impureza, no entanto, \e suficiente na aproxima\c\ao de um par de part\icula-buraco, para dar conta da primeira banda (figura 2) ao redor da instabilidade; mas, j\aa a segunda banda (figura 2) falha por completo. Por outro lado, comparando (b) e (c) (fig. 3), a ordem das paridades na segunda banda com seq\u\encia dos n\iveis \e s\o explicada misturando as bandas.

A superposi\c\ao das duas bandas (figura 1), quanto \a fun\c\ao de onda, decresce rapidamente com o crescimento de "gap"  $\Delta = \frac{\sqrt{N}}{\epsilon} (1 - \frac{1}{N})$  e os estados  $|\psi^0\rangle$  e  $|\psi^1\rangle$  tendem a ter a m\axima mistura de paridades (v. IV.15 a e IV 15 c). A mistura das bandas cai t\ao rapidamente com o aumento do "gap", quanto maior for o n\umero de part\iculas, isto \e, o termo (IV. 14b) cai com  $1/\Delta^{2-j-4}$ , o que pode ser observado pelas figuras 3 e 4, a diferen\ca entre (b) e (c) desaparece com o crescimento do "gap". Outro efeito provocado pelo crescimento do "gap" \e o colapso de cada banca (V. figura 2), for\c\ando os n\iveis a se degenerarem em paridades. Estes resultados persistem, se a ordem do TD \e menor do que  $(j-1/2)$  ou  $(j-1)$ , os quais s\ao consequ\encias do comportamento da fun\c\ao de rota\c\ao:

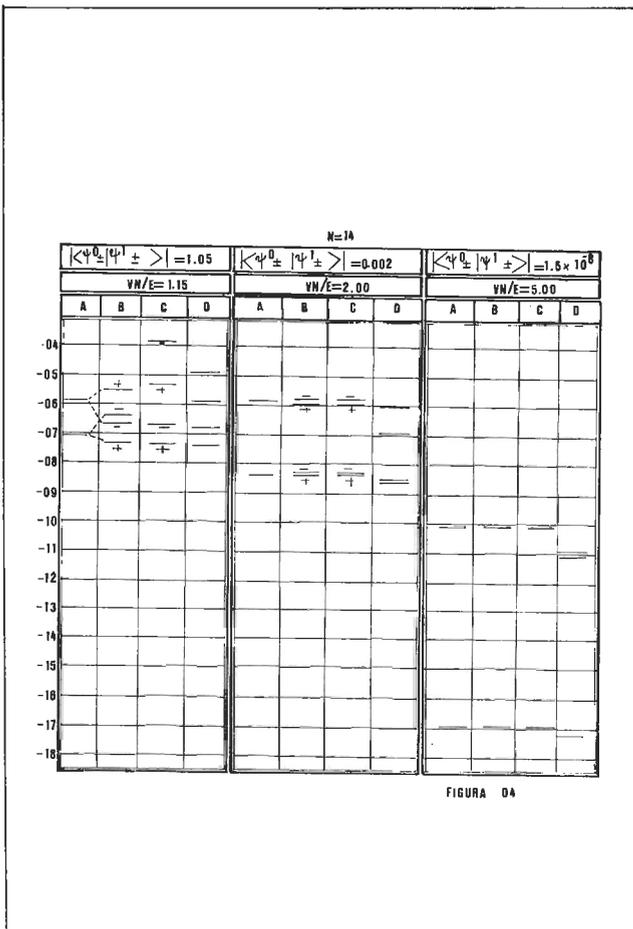
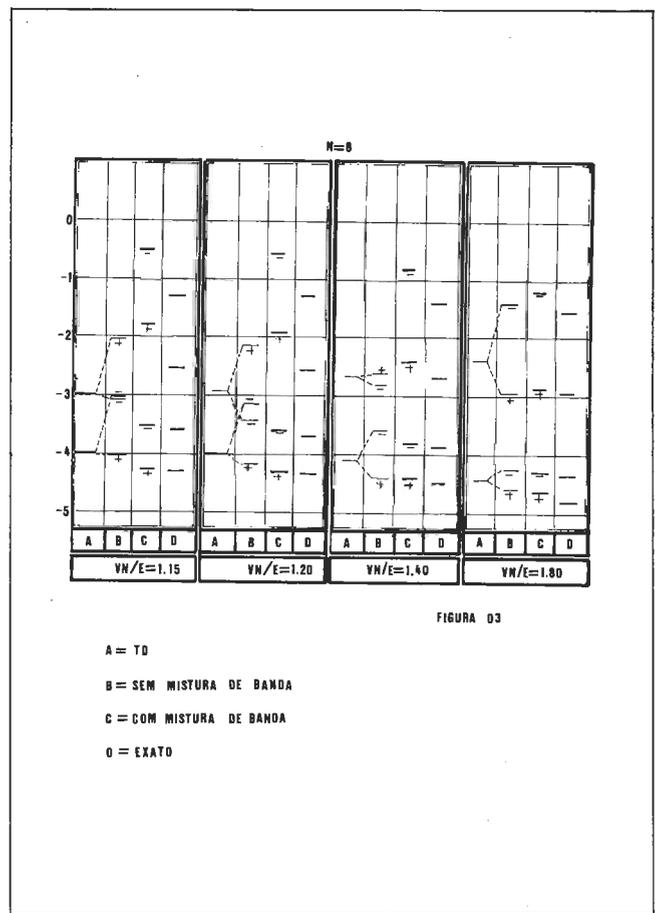
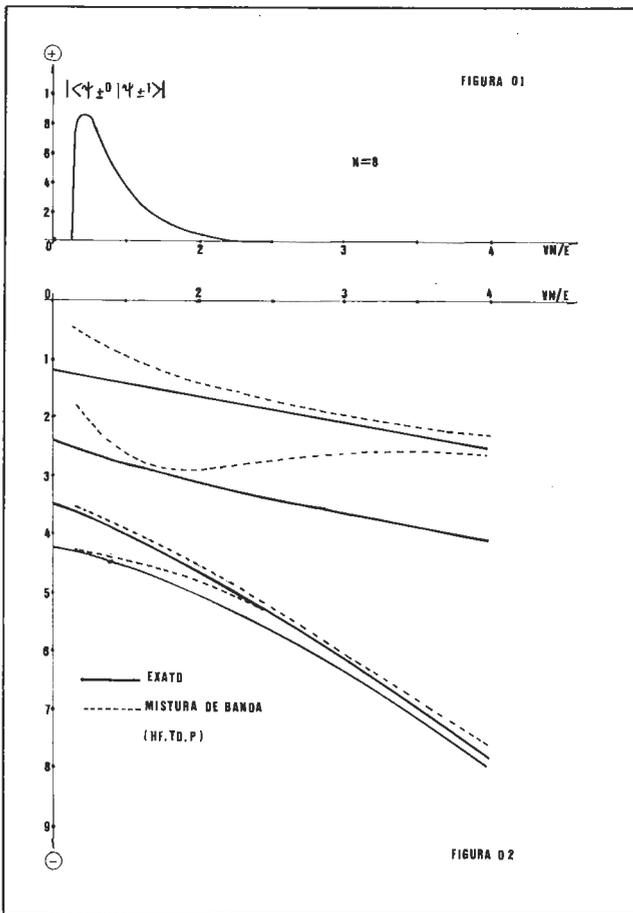
$$d_{m, m'}^j(2\beta) \propto \frac{1}{\Delta^{|m+m'|}}$$

$$\langle \psi_{\pm}^n | \mathcal{H} | \psi_{\pm}^{n'} \rangle \xrightarrow{\Delta \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \langle \psi^n | \mathcal{H} | \psi^{n'} \rangle$$

$$\langle \psi_{\pm}^n | \psi_{\pm}^{n'} \rangle \xrightarrow{\Delta \rightarrow \infty} \frac{an}{2} \delta_{nn'}$$

$$\text{para } -j + \begin{bmatrix} n \\ n' \end{bmatrix} \langle \begin{cases} -1 \text{ se } j \text{ \e inteiro} \\ -1/2 \text{ se } j \text{ \e semi inteiro} \end{cases} \rangle$$

Para os valores intermedi\arios de  $\Delta$ , o resultado depende muito de como os  $d_{m, m'}^j(2\beta)$  contribuem nas express\oes (IV - 9) e (IV - 10), por exemplo, observe a figura 2, o c\alculo da segunda banda em rela\c\ao a outros valores do par\ametro. De maneira geral, a aproxima\c\ao de primeira ordem



em TD, seguida de projeções aplicados ao modelo de Lipkin, não é suficiente para explicar a segunda banda da mesma espécie da fundamental, em oposição ao resultado obtido num modelo de interação quadrupolo-quadrupolo<sup>(1)</sup>. Com o crescimento do parametro  $NV/\epsilon$ , o qual é proporcional ao "gap" de HF, torna-se necessário o aumento cada vez maior da ordem de aproximação T.D.

---

ABSTRACT

*The three successive approximation Hartree-Fock + Tamm-Dancoff + Projection for many bodies treatment are applied to a model with exact solution developed Lipkin et al. Luck model is constituted of  $N$  fermions in two  $N$ -fold degenerated levels and interacting via monopole-monopole. The method is tested by comparing its results with the exact solutions.*

---

BIBLIOGRAFIA

- |   |   |   |
|---|---|---|
| 1. COHENCA, J.M. - Tese de Doutorado, (1970), USP.    | 3. LIPKIN, H.J. et alii - N. Phys. 62 (1965) 189. | 5. LIPKIN, H.J. et alii - N. Phys. 62 (1965) 211. |
| 2. MIZRAHI, S. S. - Tese de Mestrado, (1972), IFT-SP. | 4. LIPKIN, H.J. et alii - N. Phys. 62 (1965) 199. | 6. LIPKIN, H.J. et alii - N. Phys. 62 (1965) 321. |
-