

## *COVID-19 em Londrina-PR: modelo SEIR com otimização de parâmetros*

### *COVID-19 in Londrina-PR: SEIR model with parameter optimization*

Eliandro Rodrigues Cirilo<sup>1</sup>; Paulo Laerte Natti<sup>2</sup>;  
Pedro Henrique Valério de Godoi<sup>3</sup>; Andina Alay Lerma<sup>4</sup>;  
Vitor Pereira Matias<sup>5</sup>; Neyva Maria Lopes Romeiro<sup>6</sup>

#### **Resumo**

Os primeiros casos de COVID-19 em Londrina-PR se manifestaram em março de 2020 e a doença perdura até o momento atual. Objetivamos informar os munícipes de modo científico sobre a forma como a doença se espalha. O presente trabalho procura descrever o comportamento da doença ao longo do tempo. Partimos de um modelo compartimental de equações diferenciais ordinárias do tipo SEIR para obter informações relevantes como: as taxas de transmissão e previsão do momento do pico da infectados. Utilizamos os dados divulgados pela prefeitura de Londrina para realizar simulações em períodos de 14 dias, aplicando uma técnica de otimização de parâmetro para obter resultados o mais verossímeis quando possível.

**Palavras-chave:** COVID-19. Londrina-PR. Modelo SEIR. Otimização de parâmetros. EDO. Biomatemática.

#### **Abstract**

The first cases of COVID-19 in Londrina-PR were manifested in March 2020 and the disease lasts until the present moment. We aim to inform citizens in a scientific way about how the disease spreads. The present work seeks to describe the behavior of the disease over time. We started from a compartmental model of ordinary differential equations like SEIR to find relevant information such as: transmission rates and prediction of the peak of infected people. We used the data released by city hall of Londrina to carry out simulations in periods of 14 days, applying a parameter optimization technique to obtain results with the greatest possible credibility.

**Keywords:** COVID-19. Londrina-PR. SEIR model. Parameter optimization. ODE. Bio-Mathematics.

<sup>1</sup> Prof. Dr., Depto. de Matemática, UEL, Londrina, Paraná, Brasil, E-mail: ercirilo@uel.br

<sup>2</sup> Prof. Dr., Depto. de Matemática, UEL, Londrina, Paraná, Brasil, E-mail: plnatti@uel.br

<sup>3</sup> Mestrando, PGMAC, Matemática, UEL, Londrina, Paraná, Brasil, E-mail: pedrogodoi@yahoo.com.br

<sup>4</sup> Mestranda, PGMAC, Matemática, UEL, Londrina, Paraná, Brasil, E-mail: andina.alayma@gmail.com

<sup>5</sup> Graduando, Matemática, UEL, Londrina, Paraná, Brasil, E-mail: vitor.pereira.matias@uel.br

<sup>6</sup> Profa. Dra., Depto. de Matemática, UEL, Londrina, Paraná, Brasil, E-mail: nromeiro@uel.br

## Introdução

A pandemia ocasionada pela COVID-19, doença causada pelo vírus SARS-CoV-2, tem sido responsável por uma grande crise sanitária em todo mundo. Já é sabido que potencialmente a transmissão acontece por contato, com casos confirmados em todos os continentes (CORONAVÍRUS..., 2020). A COVID-19 expôs as políticas públicas de saúde há um desafio a muito não visto.

No Brasil, o primeiro caso de COVID-19 foi registrado em 26 de fevereiro de 2020. Até o dia 23 de Outubro do mesmo ano, menos de oito meses depois do primeiro caso, o Brasil já havia registrado mais de cinco milhões de casos, ultrapassando cento e cinquenta mil óbitos, de acordo com dados do Ministério da Saúde (BRASIL, 2020). Isso representa em torno de 13% dos casos mundiais confirmados, e próximo de 14% dos óbitos ocorridos no mundo, se compararmos com os dados da Organização Mundial da Saúde (WHO, 2020a).

Durante este período de crescimento exponencial do número de casos, os governos têm buscado cada vez mais por indicadores científicos que possam ser utilizados para entender a dinâmica de espalhamento da doença, em várias escalas, e para a tomada de decisões executivas críticas, as quais geram grandes impactos positivos na sociedade. Para isso, equipes multidisciplinares têm sido formadas no âmbito governamental para gerar estudos e apoiar com dados o processo de tomada de decisões.

Além das equipes formadas por projetos ligados ao governo, a comunidade científica tem se mobilizado para elaborar estudos, nas diversas áreas do conhecimento, para ajudar no entendimento da COVID-19 e seus impactos na sociedade.

Nesse contexto, este trabalho, visa contribuir com informações relativas aos casos de COVID-19 identificados no município de Londrina-PR, sob a ótica do modelo SEIR (BRAUER; CASTILLO-CHAVEZ, 2012).

## COVID-19

Os primeiros registros do vírus SARS-CoV-2 vêm de Wuhan, na China, onde observou-se um surto de uma doença até então não identificada com sintomas associados à pneumonia. No dia 04 de janeiro de 2020, a Organização Mundial de Saúde reportou o caso em suas mídias sociais, anunciando que investigaria a causa da doença (WHO, 2020b). Em 12 de janeiro as autoridades chinesas anunciaram o descobrimento do vírus causador da doença, com as informações corroboradas pela Organização Mundial de Saúde (WHO, 2020c).

Os nomes da doença (COVID-19) e do vírus (SARS-CoV-2) foram oficialmente atribuídos no dia 11 de fevereiro (WHO, 2020d). No dia 11 de março a Organização Mundial de Saúde caracteriza a doença como uma pandemia (WHO, 2020e).

De acordo com a Organização Mundial de Saúde, os sintomas mais comuns da COVID-19 são febre, tosse seca e cansaço. Sintomas menos comuns incluem dores de cabeça e perda do olfato. Em média, para 80% dos infectados a recuperação deu-se sem a necessidade de tratamento hospitalar. Dos restantes, uma intervenção mais intensa se fez necessária. Apesar de comorbidades como pressão alta, problemas no pulmão ou câncer estarem ligadas a um desenvolvimento mais sério da doença, qualquer pessoa, independente da idade ou histórico clínico, pode desenvolver sintomas graves (WHO, 2020f).

Na ausência de uma medicação específica ou vacina para a COVID-19, a prevenção ainda é o método mais eficiente de enfrentamento da doença. Dos métodos preventivos, o isolamento social, o uso de máscara e a higienização regular das mãos são os mais efetivos para mitigar a disseminação da doença.

## Londrina

O município de Londrina, localizado no estado do Paraná, no Brasil, é o segundo mais populoso do estado, com uma população estimada, em 2019, de 569.733 habitantes (IBGE, 2020a), menor apenas que a população da capital do estado. A interação social entre as pessoas é uma característica marcante da cidade. A prestação de serviços é a segunda maior fonte do PIB da cidade, perdendo apenas para a agropecuária (IBGE, 2020b). Além disso, Londrina é um polo estadual de educação, com a presença de universidades estadual, federal e particulares. Nesse contexto, as medidas de isolamento social têm grande impacto no cotidiano da sociedade londrinense.

O primeiro caso de COVID-19 em Londrina foi registrado em 17 de março de 2020 (LONDRINA..., 2020). No mesmo dia é instituído o Centro de Operações de Emergências em Saúde Pública (COESP), com representantes de cada unidade hospitalar da cidade, para gerir as ações relativas à pandemia no âmbito municipal (LONDRINA, 2020a). A partir do dia 31 de março a Secretaria Municipal de Saúde de Londrina passa a divulgar um boletim diário com a situação dos casos da doença no município (LONDRINA, 2020b). Até dia 23 de Outubro a cidade contabilizava 12056 casos confirmados, com 301 óbitos (LONDRINA, 2020c).

Diante deste cenário pandêmico alguns trabalhos científicos começaram a ser desenvolvidos também. Por exemplo, em Susuki *et al.* (2021) os autores descreveram a pandemia em Londrina por meio de análises descritivas espaço-temporais e estatísticas associadas, objetivando identificar a evolução da COVID-19.

Por outro lado, com o aumento da frequência de novos casos de COVID-19 em Londrina, neste trabalho objetivamos contribuir e apresentar uma análise quantitativa sobre a doença. O modelo matemático epidemiológico SEIR (BRAUER; CASTILLO-CHAVEZ, 2012) foi utilizado, exibindo estimativas sobre o comportamento da doença. Os dados de entrada para o modelo são aqueles divulgados diariamente pela Secretaria Municipal de Saúde de Londrina (SMSL) em <<https://saude.londrina.pr.gov.br/index.php/dados-epidemiologicos/boletim-informativo.html>>.

**Materiais e métodos**

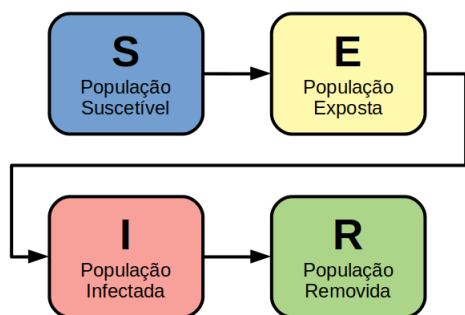
Neste capítulo introduzimos o modelo epidêmico SEIR e as considerações tomadas para sua aplicação ao problema de COVID-19 em Londrina. Modelos como este foram introduzidos por Kermack e McKendrick entre 1927 e 1933 (KERMACK; MCKENDRICK, 1927, 1932, 1933), e têm sido usados e estendidos até os dias atuais.

*Modelo SEIR*

O modelo SEIR é um modelo epidêmico em compartimentos, isto é, a população total considerada no estudo é dividida em compartimentos, sub-populações, de acordo com o estado de interação de seus indivíduos com a doença. A transição dos indivíduos entre esses compartimentos pode ser descrita por um conjunto de equações diferenciais ordinárias.

O modelo SEIR apresenta quatro compartimentos que divide a população em: Suscetíveis (S), Expostos (E), Infectados (I) e Removidos (R), como ilustra a Figura 1.

**Figura 1** – Compartimentos do modelo SEIR.



Fonte: Os autores.

No compartimento (S) estão os indivíduos saudáveis que não possuem imunidade ao vírus SARS-CoV-2 causador da doença. Estes indivíduos podem passar para o compartimento (E) se tiverem contato com o vírus, através de contatos aleatórios com indivíduo(s) infectado(s). No compartimento (E) temos os indivíduos contaminados com o vírus, porém ainda estão no estágio inicial de manifestação da doença. Sendo assim, eles ainda não transmitem o vírus para outros indivíduos, estão no período de incubação. O compartimento (I) contém os indivíduos contaminados que vivenciam um estágio mais avançado da doença e tem capacidade de transmitir o vírus para outros indivíduos. Nesse compartimento os principais sintomas descritos pela ciência são evidenciados, mas pode acontecer também de indivíduos serem assintomáticos. Após 14 dias, em média, as pessoas do compartimento (I) são movimentadas para o compartimento (R). Por fim, o compartimento (R) abriga todos os indivíduos que passaram pela doença e ficaram recuperadas ou vieram a óbito. Note que o modelo pressupõe que o indivíduo recuperado adquire imunidade ao vírus após a doença, e por isso não se torna novamente Suscetível.

Outros compartimentos poderiam ser adicionados para enriquecer o modelo, entretanto o modelo SEIR se adequa às especificidades e escopo deste trabalho. Os compartimentos (S), (I) e (R) podem ser comparados aos dados públicos oficiais relacionados ao desenvolvimento da epidemia, oferecendo um referencial tangível aos resultados obtidos através de simulações. O compartimento (E), apesar de não possuir um dado correspondente, foi mantido pois a dinâmica e período de incubação da doença estão bem definidos nos estudos atuais. Optamos a priori por manter o compartimento de removidos (R) unificado, de forma a não distinguir entre o desfecho da remoção em cura ou óbito, tendo em vista que eles deixam o compartimento de infectados de qualquer forma, não alterando o resultado de (I).

Modelando as transições compartimentais no formato de equações diferenciais, obtemos o seguinte sistema

$$\begin{cases} \frac{dS(t)}{dt} = \frac{-\beta S(t)I(t)}{N(t)}, \\ \frac{dE(t)}{dt} = \frac{\beta S(t)I(t)}{N(t)} - \sigma E(t), \\ \frac{dI(t)}{dt} = \sigma E(t) - \gamma I(t), \\ \frac{dR(t)}{dt} = \gamma I(t), \end{cases} \tag{1}$$

com  $S(t)$ ,  $E(t)$ ,  $I(t)$ ,  $R(t)$ , sendo as quantidades de indivíduos suscetíveis, expostos, infectados e removidos, ao longo do tempo, respectivamente. A quantidade  $N(t)$  define a população total ao longo do tempo. Finalmente,  $\beta$  (taxa de transmissão),  $\sigma$  (período médio de latência/incubação) e  $\gamma$  (período médio infeccioso) são os parâmetros que precisam ser ajustados adequadamente para simular o espalhamento da doença em Londrina. Neste trabalho consideramos o período médio de latência  $\sigma^{-1} = 5$  dias, e o período médio de recuperação  $\gamma^{-1} = 9$  dias (LAUER *et. al.*, 2020).

O sistema de equações diferenciais (1) servirá de base para nossa análise sobre o desenvolvimento da COVID-19 no município de Londrina.

Dos modelos epidêmicos compartimentais pode-se deduzir um valor chamado usualmente de número básico de reprodução  $R_t$  (BRAUER; CASTILLO-CHAVEZ, 2012), dado por

$$R_t = \frac{\beta}{\gamma}. \quad (2)$$

O valor  $R_t$ , equação (2), pode ser interpretado como a média de transmissões causadas por um indivíduo infectado, antes que ele seja removido. Desta maneira, um valor  $R_t \geq 1$  indica que cada indivíduo infectado deverá transmitir o vírus para mais que um indivíduo durante seu período infeccioso, de modo que a epidemia está crescendo. De forma contrária,  $R_t < 1$  indica que a epidemia está decrescendo e tende a se extinguir.

### Modelagem para as simulações

Entendemos que a recém-descoberta da doença COVID-19 não está plenamente entendida pela comunidade científica, por exemplo, quanto ao grupo de pessoas prioritariamente atingido e o método de acometimento. Sendo assim, neste trabalho, optamos por realizar diversas simulações divididas em períodos de 14 dias. Com essa estratégia o monitoramento do espalhamento da doença fica mais acurado, e as tomadas de decisões no âmbito governamental podem ser mais acertivas.

Primeiramente, tomamos a medida do tempo  $t$  em dias, de maneira a facilitar a comparação dos resultados da simulação com os dados dos boletins diários.

De acordo com *ibge.cidades* (2020a), o crescimento populacional acumulado, em Londrina, nos últimos dez anos foi de apenas 13,5%. Consequentemente, consideramos, por simplicidade, que a população total do município é constante no período das simulações.

Desta forma, escrevemos

$$N(t) \equiv N = S(t) + E(t) + I(t) + R(t), \forall t. \quad (3)$$

Além disso,  $\beta$ ,  $\sigma$  e  $\gamma$  serão constantes em cada simulação de período de 14 dias (LAUER *et. al.*, 2020). Note que  $\beta$  e  $\gamma$  constantes implicam em  $R_t$  também constante em cada simulação. O processo de otimização para  $\beta$  é detalhado na seção seguinte.

Aplicamos o modelo SEIR em intervalos de 14 dias à partir do dia 27 de abril de 2020<sup>1</sup>. Para que possamos aplicar o modelo SEIR será necessário definir os valores iniciais das variáveis e dos parâmetros de cada equação diferencial, em cada período de 14 dias. Os valores são tomados das fontes indicadas na Tabela 1. Destacamos que o subíndice  $I$  significa inicial.

**Tabela 1** – Fonte para valores iniciais das variáveis do modelo SEIR.

Valor Inicial	Fonte
$S_I$	$N - E_I - I_I - R_I$
$E_I$	valor simulado
$I_I$	dados da SMSL
$R_I$	dados da SMSL

**Fonte:** Os autores.

Nos casos de  $I_I$  e  $R_I$ , os valores foram tomados da Secretaria Municipal de Saúde de Londrina (LONDRINA, 2020b). O valor  $S_I$  é calculado à partir dos outros valores, como pode ser observado na Tabela 1, e  $E_I$  é calculado pela simulação numérica do modelo (1).

Os valores para a população exposta ao vírus  $E(t)$  não são conhecidos. Definimos a seguinte estratégia para obter  $E_I$ . Na primeira simulação, de 27/04 a 10/05, tomamos  $E_I = 0$ , devido ao baixo número de infectados na data de 27/04. Na segunda simulação, admitimos o valor  $E_I$  como o valor da equação  $E$  no dia 10/05 da primeira simulação. Assim, sucessivamente, o valor de  $E_I$  é estabelecido pela simulação anterior.

As equações foram discretizadas via o método de diferenças finitas (CUMINATO; MENEGUETTE JUNIOR, 2013), e resolvidas pela técnica conhecida como Quase-Linear (CIRILO *et. al.*, 2019), por meio de uma aplicação computacional desenvolvida em GFORTAN (GFORTAN, 2020). A modelagem numérica seguiu o mesmo processo descrito em Cirilo *et. al.* (2021), porém a otimização do parâmetro  $\beta$  é detalhada abaixo.

<sup>1</sup> Primeiro dia em que o número de recuperados passou a ser disponibilizado pelo Boletim Diário.

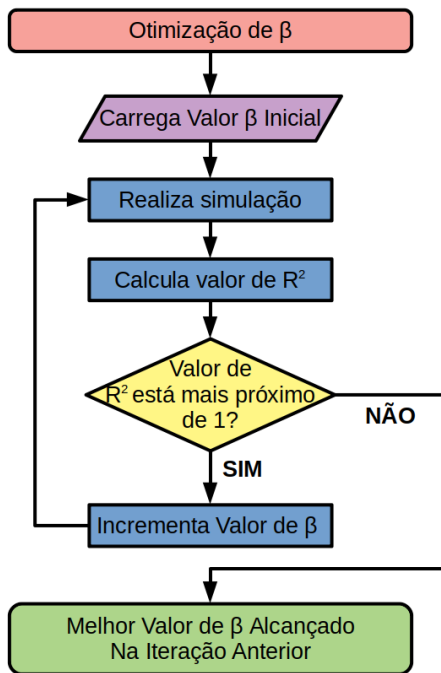
*Processo de otimização do parâmetro  $\beta$*

O valor de  $\beta$  é estimado em cada simulação. Utilizamos o coeficiente de determinação  $R^2$ , conforme Devore (2012), para comparar a curva  $I(t)$  de infectados do modelo com os dados oficiais da Secretaria Municipal de Saúde de Londrina. A partir disso descobrimos o valor  $\beta$  otimizado.

Observamos que uma diferença da ordem de  $10^{-4}$  em  $\beta$  não gerou uma mudança considerável no valor de  $R^2$ . Assim, fixamos que  $\beta$  seria considerado com três casas decimais.

Um processo automatizado foi programado em GFORTRAN para executar as simulações de 14 dias. O valor inicial assumido para  $\beta$  foi 0.001, em seguida calculamos o valor de  $R^2$  em comparação com os dados oficiais disponíveis, e então incrementamos um valor em  $\beta$  e repetimos o processo de comparação. O processo automatizado finaliza quando obtemos para  $R^2$  o valor mais próximo de 1, que significa o melhor ajustamento com os dados. Desta forma encontramos o valor  $\beta$  otimizado. A Figura 2 ilustra o processo de otimização.

**Figura 2** – Processo de otimização do parâmetro  $\beta$ .



Fonte: Os autores.

**Resultados**

A Tabela 2 apresenta os rótulos das simulações com suas faixas de datas de 14 dias, os valores de  $\beta$  calculados via otimização, e dados iniciais com respeito a expostos, infectados e removidos. Por exemplo, a primeira linha refere-se a primeira simulação (S01) com dados tomados

entre as datas 27/04 ~ 10/05, cujo valor  $\beta$  encontrado foi 0.184, com o número de pessoas nos compartimentos (E), (I), (R), na data 27/04, iguais a 0, 18 e 81, respectivamente. De modo análogo obtém-se o restante dos dados até a simulação S13.

**Tabela 2** – Valores utilizados e obtidos nas simulações.

Simulação	$\beta$	$E_I$	$I_I$	$R_I$	
S01	27/04 ~ 10/05	0.184	0	18	81
S02	10/05 ~ 23/05	0.539	14	10	102
S03	23/05 ~ 05/06	0.114	143	113	142
S04	05/06 ~ 18/06	0.194	95	167	373
S05	18/06 ~ 01/07	0.076	214	229	700
S06	01/07 ~ 14/07	0.182	1001	213	1133
S07	14/07 ~ 27/07	0.058	232	302	1755
S08	27/07 ~ 09/08	0.118	90	284	2629
S09	09/08 ~ 22/08	0.175	143	276	3474
S10	22/08 ~ 04/09	0.128	287	478	4192
S11	04/09 ~ 17/09	0.025	327	486	6049
S12	17/09 ~ 30/09	0.252	65	227	8103
S13	30/09 ~ 13/10	0.001	381	304	9888

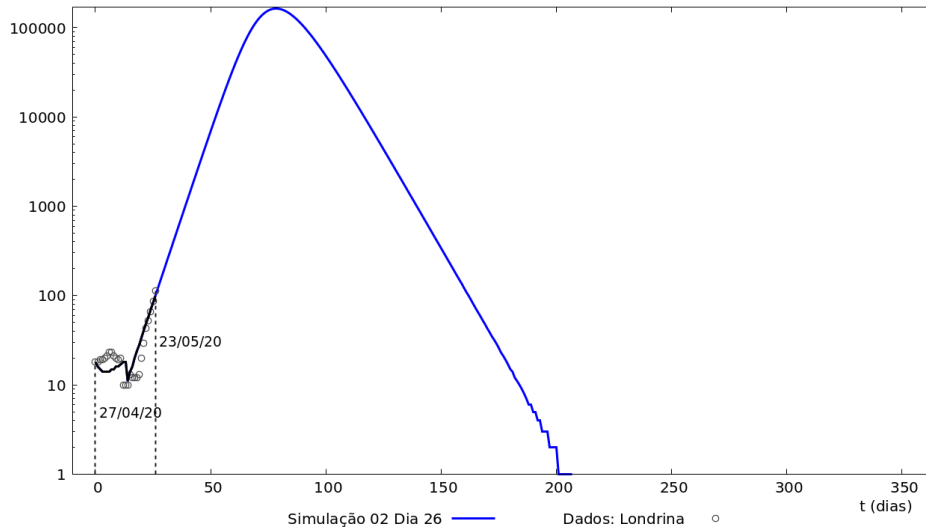
Fonte: Os autores.

O modelo numérico permite que os valores iniciais das variáveis e dos parâmetros sejam atualizados, de maneira que a cada período de 14 dias uma nova simulação possa ser realizada. Cada simulação fornece um número inicial de expostos para a simulação seguinte e cada resultado é comparável a toda série histórica formada.

Além disso, os resultados permitem a criação de vídeos demonstrativos da alteração da curva de infectados no município, permitindo uma visualização dinâmica dos resultados, voltada ao público externo, gerando retorno à comunidade. Nas Figuras 3 e 4 mostramos quadros destes vídeos, demonstrando a mudança da curva  $I$ . Ressaltamos que os círculos referem-se aos dados divulgados pela Secretaria Municipal de Saúde de Londrina, enquanto as curvas contínuas resultam das simulações numéricas do nosso modelo, que ilustra o passado e o futuro, a partir de um dia tomado como referência. Em particular, para exemplo na data de referência 23/05/2020, na Figura 3, a curva preta antes desta data representa um resultado consolidado, que não muda mais, enquanto a curva azul simula a previsão do potencial da infecção.

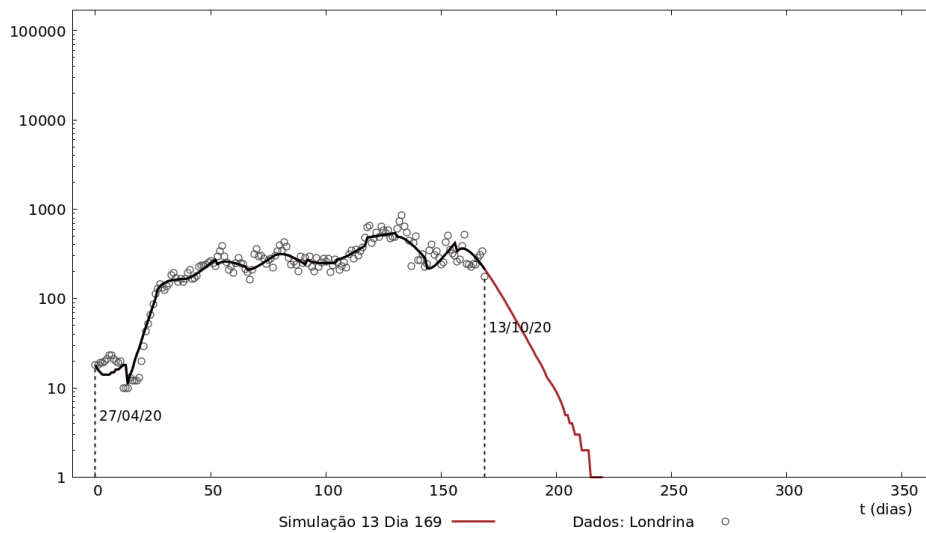
A Figura 5 mostra a evolução do número de infectados por COVID-19. São apresentadas as nossas simulações, para períodos de 14 dias, e os dados divulgados pela Secretaria Municipal de Saúde de Londrina. Observe que para os 4 primeiros períodos temos a persistência de crescimento, após isto se consolida uma oscilação com tendência de aumento.

**Figura 3** – Previsão de Infectados em 05/23/2020 (26º dia da epidemia).



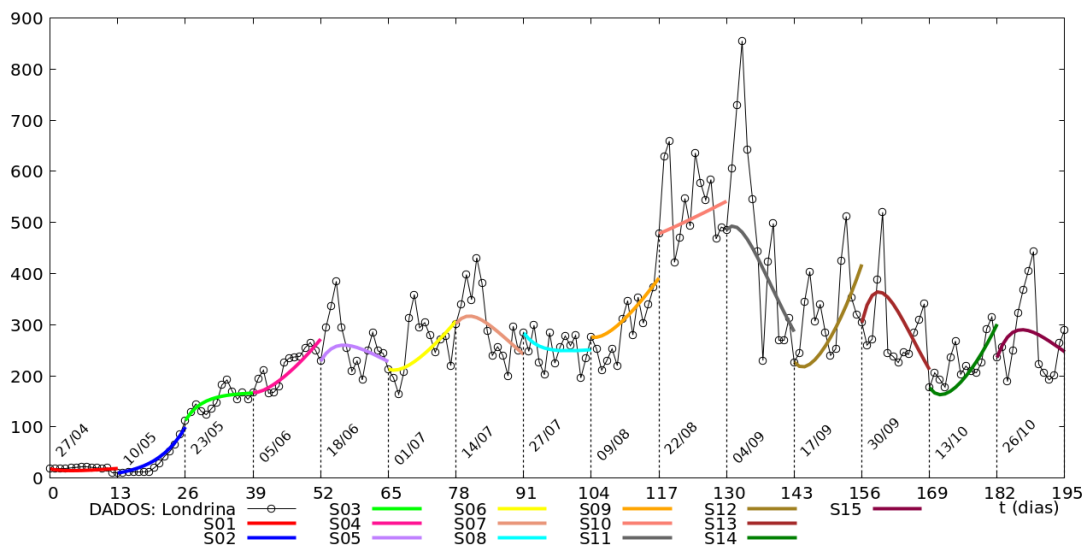
Fonte: Os autores.

**Figura 4** – Previsão de Infectados no 10/13/2020 (169º dia da epidemia).



Fonte: Os autores.

**Figura 5** – Simulações numéricas, em períodos de 14 dias, do número de infectados até o momento atual (195º dia da epidemia).



Fonte: Os autores.

Isto é uma característica de que a doença está se espalhando e a população está reagindo para conter a mesma. Em nossa leitura, não vemos até o 195º dia da epidemia qualquer tendência persistente de queda do número de infectados.

Na Figura 5, as simulações S01 e S02 descrevem um período inicial de crescimento, S02 em particular indicava um crescimento exponencial do número de casos. Esse tipo de comportamento é comum no início do espalhamento de doenças. No momento seguinte, indicado pelas simulações S03 e S04, houve uma desaceleração no crescimento da doença. Os dias finais da simulação S03 indicavam a formação de um platô, mas este comportamento não foi mantido. As simulações de S05 a S08 mostram relativa estabilidade, seguida por um aumento repentino no número de casos confirmados no município, como mostrado pelas simulações S09 e S10. Esse comportamento não se estende para o período seguinte, quando o número de casos decresce rapidamente em S11, o que significa forte intervenção. À partir de então, temos um comportamento semelhante ao ocorrido anteriormente entre S04 e S08, de inversão entre crescimento e decrescimento, manifestados nas simulações S12 e S15.

A Figura 6 exibe os mesmos dados da Figura 5, porém em escala logarítmica para melhor visualização. Os picos estimados por nossas simulações mostram uma tendência de amenização dos valores absolutos de pico. No entanto, a menos que exista uma vacina contra a COVID-19, a população ainda tem um longo período de convivência com a doença.

Observe pela Tabela 3 que inicialmente temos um alto valor do número básico de reprodução  $R_t$ , simulações S01 e S02 (27/04/2020 ~ 23/05/2020), com um grande potencial de infecção da população. Por exemplo, para S02, calculamos  $R_t = 4.851$  que significa que 1 infectado teria o potencial de infectar quase 5 pessoas. Isso implicaria em acometer municípios pela doença com um pico de aproximadamente 163671 pessoas por nossas estimativas simuladas.

Ainda na Tabela 3 pode-se observar também a presença de oscilação nos valores de  $R_t$  relativamente próximos de 1 nas simulações S03 até S11 (23/05/2020 ~ 17/09/2020), apontando que as ações tomadas pelos organismos governamentais conseguiram de certa forma conter o espalhamento da doença.

Por outro lado, nos períodos de simulação de S12 a S15 (17/09/2020 ~ 08/11/2020) há mudanças na amplitude das oscilações. Devido ao longo período de contendas sociais, há um relaxamento natural, como pode ser visto

**Tabela 3** – Alguns valores obtidos nas simulações numéricas nos período de 14 dias.

Simulação	$R_t$	Pico
S01	1.656	33372
S02	4.851	163671
S03	1.026	277
S04	1.746	39366
S05	0.683	260
S06	1.638	32028
S07	0.522	317
S08	1.071	769
S09	1.575	37349
S10	1.152	3421
S11	0.234	493
S12	2.268	68928
S13	0.009	364

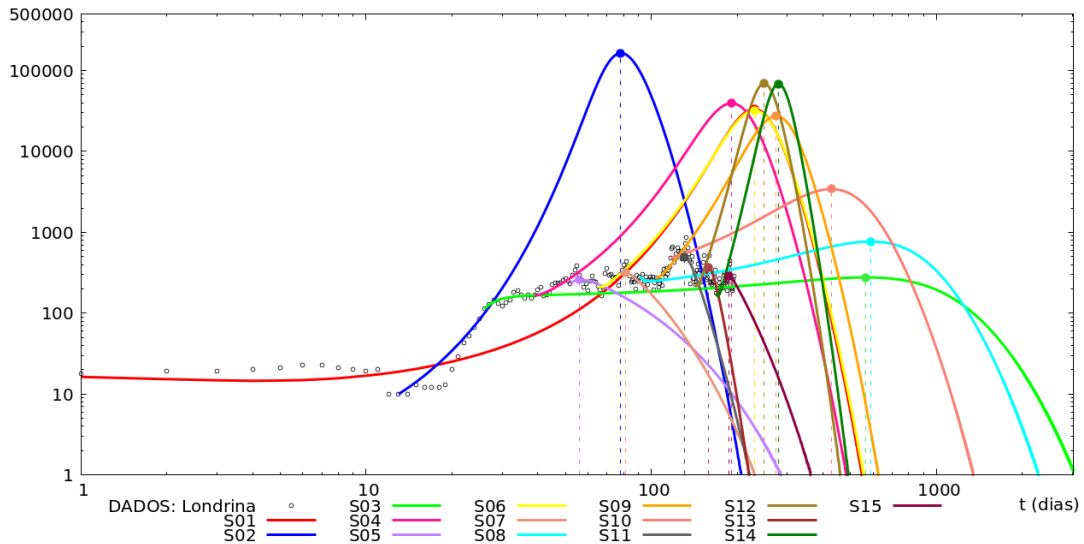
**Fonte:** Os autores.

nos índices de isolamento social calculados usando dados de telefonia móvel (INLOCO, 2020). Por exemplo, podemos observar que a propagação da doença se intensifica no período de simulação S12 (17/09/2020 ~ 30/09/2020),  $R_t = 2.268$ , de forma que 1 indivíduo infectado teria potencial para infectar aproximadamente 2 outros indivíduos.

A Figura 7 apresenta o cenário de como a cidade de Londrina-PR está reagindo contra a COVID-19 em termos de  $R_t$ . Os pontos em preto são valores estimados para  $R_t$ , e a curva contínua sua tendência. A linha tracejada na cor violeta, de altura 1, representa o limite para que tenhamos extinção ou persistência da doença. É importante destacar que fazer  $R_t < 1$ , que significa promover a extinção da COVID-19, não é simples porquê a doença tem capacidade de rápido espalhamento. Isso significaria conter as interações sociais entre as pessoas. O monitoramento constante de  $R_t$  se faz necessário para que ações preventivas possam ser rapidamente adotadas, a fim de que a população da cidade possa vivenciar minimamente as consequências da doença.

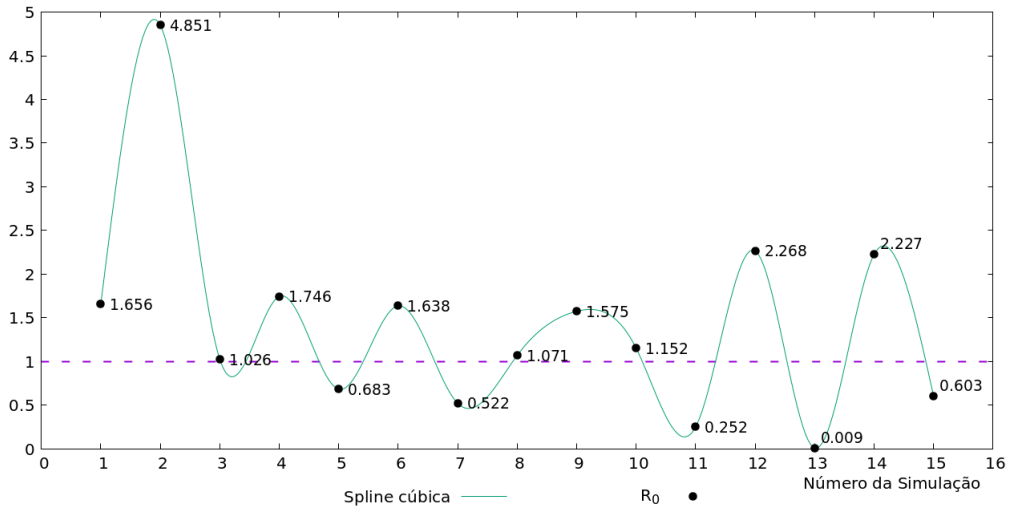
De modo complementar, na Figura 8 apresentamos um cenário sobre possíveis picos de infecção que poderiam acontecer. Para cada uma das 15 simulações estimamos o pico do número de infectados. Os pontos em preto são valores dos picos de cada uma das nossas simulações, e a curva vermelha é uma proposta de ajuste por mínimos quadrados (BURDEN; FAIRES, 2011) com parâmetros  $a = 62057$  e  $b = 13328$ , que traduz o modo como a cidade está vivenciando a doença.

**Figura 6** – Simulações numéricas em escala logarítmica do número de indivíduos infectados em períodos de 14 dias.



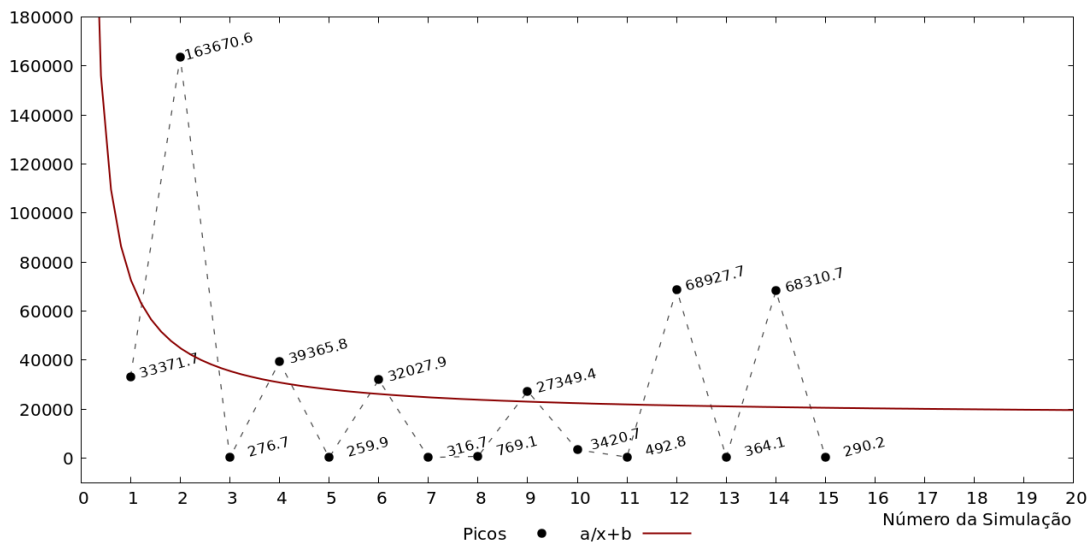
Fonte: Os autores.

**Figura 7** – Valores de  $R_t$  obtidos nas simulações numéricas em cada período de 14 dias.



Fonte: Os autores.

**Figura 8** – Valores máximos (picos) obtidos nas simulações numéricas a cada período de 14 dias.



Fonte: Os autores.



## Conclusão

Os dados da Secretaria Municipal de Saúde de Londrina mostram como o comportamento da doença COVID-19 pode se alterar bruscamente em curtos períodos (LONDRINA, 2020b). Estas alterações se devem a uma série de fatores sócio-políticos, cuja quantificação matemática ainda é um desafio.

Contudo, pela forma inovadora como modelamos e resolvemos numericamente o problema da COVID-19 em Londrina, essas alterações podem ser adequadamente mapeadas, por períodos de 14 dias, através de um parâmetro  $\beta$  dinâmico. Nossa modelagem matemática e numérica permitiu visualizar cenários futuros, descritos não apenas por um resultado pontual, mas por uma série histórica do comportamento da infecção, e apoiar tomadas de decisões.

Um dos elementos que sinalizam a dinâmica dessas alterações é a capacidade de reprodução da doença, isto é, o  $R_t$ . Desta forma enfatizamos a importância de avaliar a variação de  $R_t$  ao transcorrer dos dias como meio de comparar a efetividade das medidas adotadas para a contenção da doença em Londrina.

Outro elemento complementar que norteia a dinâmica das alterações bruscas é o potencial pico de infecção. Este elemento nos indica a capacidade potencial de infectados que poderiam vir a existir, e conseqüentemente, o quanto isto poderia impactar o sistema de saúde existente na cidade. Finalmente, como a epidemia está em andamento, os pesquisadores do Laboratório de Simulação e Análise Numérica (LabSAN), do departamento de Matemática da Universidade Estadual de Londrina, estão mantendo e divulgando os resultados e potenciais conseqüências sobre o espalhamento de COVID-19 na cidade de Londrina ao longo do tempo. Os resultados podem ser visualizados em <<http://www.uel.br/laboratorios/labsan/covid.html>>.

## Agradecimentos

O presente trabalho foi parcialmente realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

## Referências

BRASIL. Ministério da Saúde. *Painel Coronavírus*. Brasília: MS, 2020. Disponível em: <<https://covid.saude.gov.br/>>. Acesso em: Fev. 2021.

BRAUER, F.; CASTILLO-CHAVEZ, C. *Mathematical models in population biology and epidemiology*. 2nd. ed. New York: Springer, 2012.

BURDEN, R.; FAIRES, J. D. *Numerical analysis*. 9th. ed. Boston: Brooks: Coles, 2011.

CIRILO, E. R.; NATTI, P. L.; ROMEIRO, N. M. L.; CANDEZANO, M.; POLO, J. One study of COVID-19 spreading at The United States - Brazil – Colombia. *Trends in Computational and Applied Mathematics*, vol. 22, n. 3, pp. 1-18, 2021.

CIRILO, E. R.; PETROVSKII, S.; ROMEIRO, N. M. L.; NATTI, P. L. Investigation into the critical domain problem for the reaction-telegraph equation using advanced numerical algorithms. *International Journal of Applied and Computational Mathematics*, [London], v. 5, n. 54, p. 1-25, 2019.

CORONAVÍRUS se espalha para a estação de pesquisa da Antártida. *BBC News Brazil*, São Paulo, 22 dez. 2020. Disponível em: <<https://www.bbc.com/portuguese/internacional-55419107>>. Acesso em: Fev. 2021.

CUMINATO, J. A.; MENEGUETTE JUNIOR, M. *Discretização de equações diferenciais parciais: técnicas de diferenças finitas*. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

DEVORE, J. *Probability and statistics for engineering and the sciences*. 8th. ed. Boston: Cengage, 2012.

GFORTTRAN. *Home of GNU Fortran*. [S. l.]: Free Software Foundation, 2020. Disponível em: <<https://gcc.gnu.org/fortran/>>. Acesso em: Fev. 2021.

IBGE. *Londrina: panorama*. Rio de Janeiro: IBGE, 2020a. Disponível em: <<https://cidades.ibge.gov.br/brasil/pr/londrina/panorama>>. Acesso em: Fev. 2021.

IBGE. *Produto interno bruto dos municípios*. Rio de Janeiro: IBGE, 2020b. Disponível em: <<https://www.ibge.gov.br/estatisticas/economicas/contas-nacionais/9088-produto-interno-bruto-dos-municipios.html?=&t=pib-por-municipio&c=4113700>>. Acesso em: Fev. 2021.

INLOCO. *Índice de isolamento social*. 2020. Disponível em: <<https://public.tableau.com/profile/inloco.tableau#!/vizhome/MKTScoredeisolamentosocial/VisoGeral>>. Acesso em: Fev. 2021.

KERMACK, W.; MCKENDRICK, A. Contributions to the mathematical theory of epidemics I. *Proceedings of the Royal Society*, London, v. 115A, p. 700-721, 1927.

KERMACK, W.; MCKENDRICK, A. Contributions to the mathematical theory of epidemics II: the problem of endemicity. *Proceedings of the Royal Society*, London, v. 138A, p. 55-83, 1932.

- KERMACK, W.; MCKENDRICK, A. Contributions to the mathematical theory of epidemics III: further studies of the problem of endemicity. *Proceedings of the Royal Society*, London, v. 141A, p. 94-122, 1933.
- LAUER, S. A.; GRANTZ, K. H.; BI, Q.; JONES, F. K.; ZHENG, Q.; MEREDITH, H. R.; AZMAN, A. S.; REICH, N. G.; LESSLER J. The Incubation Period of Coronavirus Disease 2019 (COVID-19) from publicly reported confirmed cases: estimation and application. *Annals of Internal Medicine*, Philadelphia, v. 172, n. 9, p. 577-582, 2020. DOI: 10.7326/M20-0504.
- LONDRINA tem primeiro caso confirmado de coronavírus. *Radio Piquere*, Londrina, 17 mar. 2020. Disponível em: <<https://www.piquere.com.br/londrina-tem-primeiro-caso-confirmado-de-coronavirus/>>. Acesso em: Fev. 2021.
- LONDRINA. Decreto n. 334, 17 de Março de 2020. Regulamenta medidas relativas às ações a serem coordenadas pela Secretaria Municipal de Saúde para o enfrentamento da Emergência em Saúde Pública de Importância Nacional (ESPIN) decorrente do coronavírus (COVID-19). *Jornal Oficial do Município*, Londrina, PR, n. 4023, p. 226-229, 18 Mar. 2020a.
- LONDRINA. Secretaria Municipal de Saúde. *Boletim diário Coronavírus*. Londrina: SMS, 2020b. Disponível em: <<https://saude.londrina.pr.gov.br/index.php/dados-epidemiologicos/boletim-informativo.html>>. Acesso em: Fev. 2021.
- LONDRINA. Secretaria Municipal de Saúde. *Boletim Informativo Agosto 2020*. Londrina: SMS, 2020c. Disponível em: <<https://saude.londrina.pr.gov.br/index.php/dados-epidemiologicos/96-boletim-informativo-coronavirus/656-boletim-informativo-agosto-2020.html>>. Acesso em: Fev. 2021.
- SUSUKI, A. M.; OLAK, A. S.; LEÃO, A. L. F.; KANASHIRO, M.; URBANO, M. R. Evolution of COVID-19 in Londrina (State of Paraná – Brazil) between March and August of 2020. *Semina: Ciênc. Ex. Tech.*, v. 42, n. 1Supl, p. 5-16, 2021.
- WHO – WORLD HEALTH ORGANIZATION. *WHO Coronavirus disease (COVID-19) Dashboard*. Geneva: WHO, 2020a. Disponível em: <<https://covid19.who.int/>>. Acesso em: Fev. 2021.
- WHO – WORLD HEALTH ORGANIZATION. *WHO is closely monitoring this event and will share more details as we have them. WHO is working across the 3 levels (country office, regional office, HQ) to track the situation*. Geneva, 4 jan. 2020b. Twitter: @WHO. Disponível em: <<https://twitter.com/WHO/status/1213523866703814656>>. Acesso em: Fev. 2021.
- WHO – WORLD HEALTH ORGANIZATION. *WHO disease outbreak news report*. Geneva: WHO, 2020c. Disponível em: <<https://www.who.int/csr/don/12-january-2020-novel-coronavirus-china/en/>>. Acesso em: Fev. 2021.
- WHO – WORLD HEALTH ORGANIZATION. *WHO technical guidance: naming the coronavirus disease (COVID-19) and the virus that causes it*. Geneva: WHO, 2020d. Disponível em: <[https://www.who.int/emergencies/diseases/novel-coronavirus-2019/technical-guidance/naming-the-coronavirus-disease-\(covid-2019\)-and-the-virus-that-causes-it](https://www.who.int/emergencies/diseases/novel-coronavirus-2019/technical-guidance/naming-the-coronavirus-disease-(covid-2019)-and-the-virus-that-causes-it)>. Acesso em: Fev. 2021.
- WHO – WORLD HEALTH ORGANIZATION. *WHO speech: opening remarks at the media briefing on COVID-19*. Geneva: WHO, 2020e. Disponível em: <<https://www.who.int/dg/speeches/detail/who-director-general-s-opening-remarks-at-the-media-briefing-on-covid-19---11-march-2020>>. Acesso em: Fev. 2021.
- WHO – WORLD HEALTH ORGANIZATION. *WHO Q & A on Coronaviruses (COVID-19)*. Geneva: WHO, 2020f. Disponível em: <<https://www.who.int/emergencies/diseases/novel-coronavirus-2019/question-and-answers-hub/q-a-detail/q-a-coronaviruses>>. Acesso em: Fev. 2021.

Recebido: 25 out., 2020  
Aceito: 16 julho, 2021  
Publicado: 19 julho, 2021