DELINEAMENTO EM BLOCOS COMPLETOS-INCOMPLETOS COM TRATAMENTO COMUM EM CADA BLOCO

JOSÉ CARLOS DALMAS[1]
SAMUEL FABRE SANCHES[2]

DALMAS, J.C.; SANCHES, S.F. Delineamento em blocos completos - incompletos com tratamento comum em cada bloco. **Semina** Ci. Exatas/Tecnol., Londrina, v. 13, n.4, p. 238-241, dez. 1992.

RESUMO: *Neste trabalho, desenvolvemos a metodologia dos delineamentos de Blocos Completos-Incompletos com tratamento comum em cada bloco. Usando o modelo:*

$$Y_{ij} = m + t_i + b_j + e_{ij}$$

Pelo método dos mínimos quadrados foram obtidas as estimativas dos parâmetros e das somas de quadrados, assim como suas respectivas esperanças. Além disso, são apresentadas às distribuições de Y, $\hat{\beta}$, $\hat{Y}$. Obteve-se a matriz de dispersão dos tratamentos e a variância da estimativa de um contraste entre duas médias de tratamentos. Apresentou-se os testes para as comparações múltiplas entre as médias, usando o teste t de "Student" e o de "Dunnett".

PALAVRAS-CHAVE: Tratamento; bloco; completo-incompleto; estimativas; parâmetros

INTRODUÇÃO

Em muitas áreas da pesquisa científica, estão cada vez mais sendo exigidas técnicas com maior grau de complexidade. Tal fato tem feito com que os modelos estatísticos, e tipos de coletas de dados se desenvolvam com novas metodologias, ajustando-se a cada situação, representando-a da melhor maneira, dando ao pesquisador maior segurança para suas conclusões e tomada de decisões.

As áreas que trabalham com avaliações organolépticas, que são avaliações que dependem dos sentidos, como: visão, gustação, etc. e mesmo em experimentos que necessitem de um tratamento controle para melhor comparação dos demais. Nestas situações podem-se usar os seguintes delineamentos: Blocos Incompletos Balanceados ou Blocos Completos-Incompietos com um tratamento comum em todos os blocos, considerado como tratamento controle.

No delineamento Blocos Completos-Incompletos pode-se anular a principal finalidade dos Blocos Incompletos, que é a redução do tamanho dos blocos, porém permitem separar os efeitos da não aditividade do erro experimental; obtendo-se assim, uma estimativa pura do erro, tornando os testes de significância bem mais precisos.

Neste trabalho, iremos tratar do delineamento Blocos Completos-Incompletos, que é uma combinação dos delineamentos: Blocos Completos e Blocos Incompletos Balanceados.

Destaca-se que nesse delineamento o uso de um tratamento comum em todos os blocos, tem como objetivo principal a comparação dele com os demais.

Delineamentos com tratamento comum em todos os blocos já foi apresentado por PIMENTEL-GOMES & GUIMARÃES (1958), cujo artigo pioneiro foi logo seguido por um similar de PAVATE (1961) e por trabalhos de outros autores.

Para as estimativas dos parâmetros do modelo usou-se a metodologia apresentada por PIMENTEL-GOMES (1967,1968).

A metodologia para o delineamento de Blocos Completos-Incompietos com tratamento comum, desenvolveu-se nos delineamentos gerado por GACULA (1978) a partir dos delineamentos dados por TRAIL & WEEKS (1973), que tiveram início provável com o delineamento de Blocos Completos-Incompietos Compostos desenvolvidos por CORNELL & KNAPP (1972), para os experimentos com avaliações organolépticas.

1 - Departamento de Matemática Aplicada/CCE - Universidade Estadual de Londrina, Caixa Postal 6001, Londrina, Paraná, Brasil - CEP 86051-970
2 - Departamento de Matemática Aplicada/CCE - Universidade Estadual de Londrina, Caixa Postal 6001, Londrina, Paraná, Brasil - CEP 86051-970

MODELO MATEMÁTICO

O modelo matemático utilizado neste trabalho é:

$$Y_{ij} = m + t_i + b'_j + e_{ij}$$

onde:
Y_{ij} é a observação do i-ésimo tratamento no j-ésimo bloco
m é a média geral
t_i é o efeito do i-ésimo tratamento
b_j é o efeito do j-ésimo bloco
e_{ij} é o erro experimental

Sendo $b_j = m + b'_j$ onde o efeito de blocos inclui a média, assim teremos o seguinte modelo:

$$Y_{ij} = t_i + b_j + e_{ij}$$

Na forma matricial, o modelo pode ser escrito da seguinte maneira:

$$Y = X\beta + \epsilon$$

onde:
Y é o vetor de observação
$X = [X_1 \vdots X_2]$, onde:

X_1 é a matriz formada pelos coeficientes dos efeitos de tratamentos
X_2 é a matriz formada pelos coeficientes dos efeitos de blocos

β é o vetor dos efeitos de tratamentos e blocos, isto é:

$$\beta = \begin{bmatrix} \tau \\ \underline{b} \end{bmatrix}$$

onde:
τ é o vetor dos efeitos de tratamentos e
$\underline{b}$ é o vetor dos efeitos dos blocos

ϵ é o vetor dos erros aleatórios, de distribuição normal de média zero e variância σ^2.

SISTEMA DE EQUAÇÕES NORMAIS

Com a utilização do método dos mínimos quadrados, chega-se ao sistema:

$$X'X\hat{\beta} = X'Y, \text{ onde}$$

$X'X = \begin{bmatrix} R & N \\ N' & K \end{bmatrix}$ é singular, isto é, não existe inversa,

e $X'Y = \begin{bmatrix} T \\ B \end{bmatrix}$

tomando $W = [I, -NK^{-1}]$ e pré multiplicando o sistema de equações normais, tem-se:

$$C\hat{\tau} = Q$$

onde: $Q = T - NK^{-1}B]$
é uma matriz coluna constituída dos totais ajustados dos tratamentos, e

$$C = R - NK^{-1}N'$$

é uma matriz singular, logo o sistema é compatível e indeterminado. Consideremos a seguinte restrição:

$A\hat{\tau} = \phi$, então o sistema passa a ser:

$\hat{\tau} = MQ$, onde
M é uma inversa generalizada de C e inversa comum de C – A, isto é, $(C - A)M = M(C - A) = I$.

Considere o seguinte quadro de dados:

BLOCOS	TRATAMENTOS				
	R	A	B	C	D
1	XX	X	X	XX	XX
2	XX	XX	XX	X	X
3	XX	X	XX	X	XX
4	XX	XX	X	XX	X
5	XX	X	XX	XX	X
6	XX	XX	X	X	XX

Onde:
R é o tratamento comum
V + 1 = o número de tratamentos
b = o número de blocos
k = o tamanho do bloco
r = o número de repetições do tratamento
r_r = o número de repetições do tratamento comum
λ = o número de vezes que cada par de tratamento t_i ocorre no mesmo bloco
λ_r = o número de vezes que cada par de tratamento t_i com t_r ocorre no mesmo bloco

Desenvolvendo o sistema de equações

$$C\hat{\tau} = Q, \text{ tem-se:}$$

$$\hat{t}_r = \frac{r \cdot Q_r}{b \cdot \lambda_r}$$

$$\hat{t}_i = \frac{(bk\lambda_r).Q_i - [(r_r\lambda - r\lambda_r).Q_r]}{(V\lambda + \lambda_r).b\lambda_r}$$

CÁLCULO DA ESPERANÇA E DISPERSÃO DE Q E $\hat{\tau}$

a) Para Q

Como Q = W X'Y, tem-se que:

$E(Q) = C\tau$, se $MA = \varnothing$

$D(Q) = C\sigma^2$

b) Para $\hat{\tau}$

Sendo $\hat{\tau} = MQ$ desenvolvendo, obtém-se facilmente a:

$E(\hat{\tau}) = MC\tau$

$D(\hat{\tau}) = MCM'\sigma^2$, isto é:

Para o tratamento comum tem-se:

$$V(Q_r) = (r_r - \frac{L_r}{K})\ \sigma^2 \qquad e$$

$$V(\hat{t}_r) = \frac{(r_r k - L_r}{r_r^2 K}\ \sigma^2$$

Para os demais tratamentos tem-se:

$$V(Q_i) = (r - \frac{L}{K}\ \sigma^2 \qquad e$$

$$V(\hat{t}_i) = \frac{p^2 V(Q_i) + q^2 V(Q_r) - 2pq\ COV\ (Q_r, Q_i)}{(V\lambda + \lambda_r^2)\ .\ (bK\lambda_r^2)}$$

onde: $p = bK^2\lambda_r$ e $q = (r_r\lambda - r\lambda_r)\ K$

sendo:

$$COV(Q_r, Q_i) = -\ \frac{\lambda_r}{K}\ \sigma^2 \qquad e$$

$$COV(Q_i, Q_{i'}) = -\ \frac{\lambda}{K}\ \sigma^2 \qquad \text{para } i \neq i'$$

$$V(\hat{t}_i - \hat{t}_r) = \frac{K\ (1 + \frac{\lambda}{\lambda_r})}{V\lambda + \lambda_r}\ \sigma^2 \qquad e$$

$$V(\hat{t}_i - \hat{t}_{i'}) = \frac{2K}{V\lambda + \lambda_r}\ \sigma^2 \qquad \text{para } i \neq i'$$

ANÁLISE DE VARIÂNCIA

Partindo da $SQR = \hat{e}'\hat{e}$, obtêm-se as somas de quadrados, que são:

$$SQT_{(aj)} = \Sigma\ \hat{t}_i . Q_i$$

$$SQB = \frac{1}{K}\ \Sigma\ B_j^2 - \frac{G^2}{bK}$$

$$SQBxT = \Sigma\ \frac{(TB_{ij})^2}{n_{ij}} - [\frac{G^2}{bK} + SQT_{(aj)} + SBQ]$$

$$SQto = \Sigma\ X_{ij}^2 - \frac{G^2}{bK}$$

$$SQR_{(puro)} = \frac{\Sigma\ d_{ij}^2}{2} \qquad \text{onde } d_{ij} = X_{ij1} - X_{ij2}$$

Sendo o seguinte quadro de análise de variância

C.V.	G.L.
Tratamentos (ajustados)	V
Blocos	b – 1
BxT	V(b – 1)
Resíduo (puro)	b(K – V – 1)
Total	bK – 1

Tendo assim o quadrado médio como a estimativa pura da variância populacional, para as comparações múltiplas, no caso de dois tratamentos $\hat{t}_i$, usa-se o teste t de "Student", enquanto para a comparação com o tratamento comum $\hat{t}_r$, usa-se o teste t de "Dunnett", conforme DUNNETT (1964) e DEMÉTRIO (1977).

CONCLUSÃO

Em delineamentos de blocos incompletos ou blocos completos-incompletos, nem todos os tratamentos estão contidos em cada bloco, daí a recomendação de se usar o tratamento comum.

Pois um dos objetivos do estudo é comparar o tratamento comum com os demais tratamentos, logo se tornam mais eficientes essas comparações com a presença do tratamento comum em cada bloco.

Neste trabalho verificou-se que com a inclusão do tratamento comum o desenvolvimento para a obtenção dos parâmetros para a análise estatística são os mesmos que nos demais delíneamentos, sendo que os estimadores dos parâmetros apresentam pouca diferença.

A utilização dos blocos completos-incompletos com tratamento comum, parece apresentar a vantagem de obter as estimativas do resíduo puro separada da interação de tratamento e bloco, isto torna o teste mais eficiente do que em qualquer outro delineamento, onde não se pode obter estimativa do resíduo separada da interação.

DALMAS, J.C.; SANCHES, S.F. Complete-incomplete block design a usual treatment in each-block. Semina Ci. Exatas/Tecnol., Londrina, v. 13, n. 4, p. 238-241, Dez. 1992.

ABSTRACT: In this paper, we develop a methodology for incomplete balanced blocks and complete-incomplete blocks designs with a usual treatment using the model:

$$Y_{ij} = m + t_i + b_j + e_{ij}$$

By the method of least squares, the estimates of parameters and the sum of squares, as well as mathematical expectations were obtained. The distribution of Y, $\hat{\beta}$, $\hat{Y}$ are also presented. We obtained the matrix of disperson of treatments and the variance of the estimative from a contrast between two treatment means. The tests of multiple comparison among means are presented using Student t-test and Dunnett t-test.

KEY-WORDS: Treatment; block; complete-incomplete; estimates; parameters

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CORNELL, J.A.; KNAPP, F.W. Sensory e voluation using complete-incomplete block designs. *J. Food Sci.*, v. 36, n. 6, p. 876, 1972.

DEMÉTRIO, C.G.B. *Teste de Dunnett*. Piracicaba, 1977, 16 p. Seminário apresentado no curso de Pós-Graduação de Experimentação Estatística da "ESALQ".

DUNNETT, C.W. Nem tables for multiple comparsions with a control. *Biometrics*, v. 20, n. 3, p. 482-491, 1964.

GACULA JR., M.C. Analysis of incomplete block designs with reference samples in every block. *J. Food Sci.*, v. 43, n. 5, p. 1461-1466, 1978.

PAVATE, M.V. Combined Analysis of Balanced Incomplete Block Designs with Some Common Treatments. *Biometrics*, v. 17, p. 111-119, 1961.

PIMENTEL-GOMES, F.; GUIMARÃES, R.F. Joint Analysis of Experiments in Complete Randomised Blocks with Some Common Treatments. *Biometrics*, v. 14, p. 521-526, 1958.

PIMENTEL-GOMES, F. The Solution of Normal Equations of Experiments Design Models. *Ciência e Cultura*, v. 19, p. 567-573, 1967.

PIMENTEL-GOMES, F. The Solution of Normal Equations of Experiments in Incomplete Blocks. *Ciência e Cultura*, v. 20, p. 733-746, 1968.

TRAIL, S.M.; WEEKS, D.L. Extended complete block designs generated by BIRD. *Biometrics*, v. 29, n. 3, p. 565-578, 1973.

Recebido para publicação em 05/11/92