

# UMA PROPOSTA DE PARAMETRIZAÇÃO NUMÉRICA DOS DADOS EXPERIMENTAIS DOS ESPALHAMENTOS ELÁSTICOS $\bar{p}p$ E $pp$ A ALTAS ENERGIAS

ANTONIO BRAZ DE PÁDUA<sup>a</sup>  
 JOSÉ BELLANDI FILHO<sup>b</sup>  
 ROBERTO JOSÉ MARIA COVOLAN<sup>b</sup>  
 LUIZ MARTINS MUNDIM FILHO<sup>b</sup>

PÁDUA, A.B. de et al. Uma proposta de parametrização numérica dos dados experimentais dos espalhamentos elásticos  $pp$  e  $\bar{p}p$  a altas energias. *Semina*, v. 12, n. 4, p.248-265, dez. 1991.

## RESUMO

Nós propomos um método de ajuste numérico para os dados experimentais de seção de choque diferencial elástica das reações elásticas  $pp$  e  $\bar{p}p$  nos intervalos de energia de  $10 \lesssim \sqrt{s} \leq 53 \text{ GeV}$  e de  $10 \lesssim \sqrt{s} \leq 546 \text{ GeV}$  respectivamente. Primeiramente, nós ajustamos os dados assumindo uma amplitude de espalhamento puramente imaginária e expressa como uma soma de exponenciais no momento transferido  $-t$ . Depois, nós incorporamos a contribuição da parte real da amplitude de espalhamento elástica por meio da Fórmula de Martin. Nossos resultados mostraram, de forma geral, uma boa concordância com os dados, inclusive na região do "dip". Esta parametrização poderá ser utilizada em futuros trabalhos como ponto de partida para cálculos, de forma independente de modelo, de importantes quantidades físicas, como eikonal, funções de "overlap", raios de interação e assim por diante.

PALAVRAS-CHAVE: Espalhamento Elástico, Altas Energias, Antiprotón, Prótón, Amplitude de Espalhamento, Seção de Choque Diferencial Elástica, Parametrização Numérica e Fórmula de Martin.

## 1 - INTRODUÇÃO

A altas energias os dados experimentais do espalhamento elástico hádron-hádron desempenham um papel muito importante para a compreensão da natureza e da dependência energética das interações fortes. Utilizando estes dados, nós podemos estimar por exemplo, o tamanho das partículas interagentes e a forma da distribuição da matéria hadrônica.

É interessante considerar essas interações de um ponto de vista geométrico simples utilizando-se o formalismo do parâmetro de impacto. Nesta aproximação a amplitude de espalhamento elástico, desprezando-se efeitos de spin, é dada por

$$f(s, t) = i \int_0^{\infty} (1 - e^{i\chi(s, b)}) J_0(b\sqrt{-t}) b db, \quad (1)$$

onde  $\chi(s, b)$  é a função eikonal (GLAUBER<sup>31</sup>, ALBERI & GOGGI<sup>2</sup>).

A amplitude de espalhamento elástico está relacionada com a seção de choque diferencial elástica por

$$\frac{d\sigma}{dt} = \pi |f(s, t)|^2 = |\text{Re}(s, t) + i\text{Im}f(s, t)|^2 \quad (2)$$

onde  $\text{Re}(s, t)$  e  $\text{Im}f(s, t)$  são as partes real e imaginária da amplitude de espalhamento, respectivamente.

Usando-se essa representação podemos extrair uma série de conclusões sobre a estrutura espacial da região de interação e de sua dependência com a energia ( $s$ ). A dependência com relação ao momento transferido ( $-t$ ) é prefixada nesta aproximação.

Duas estratégias tem sido utilizadas para estudar as colisões hadrônicas através da Eq. 1, ou seja,

- (i) ajustar os dados experimentais de seção de choque diferencial elástica pela escolha de uma forma analítica para  $f(s, t)$  e então, calcular  $\chi(s, b)$  pela transformada inversa da Eq. 1 (AMALDI & SCHUBERT<sup>4</sup>, BAILLY et al<sup>9</sup>, BELLANDI FILHO et al<sup>13</sup>, CHOU<sup>22, 23</sup>, FEARNLEY<sup>28</sup>, FRANÇA & HAMA<sup>29</sup>, COVOLAN et al<sup>25</sup> e FRANCE-URSS-CERN COLABORATION<sup>30</sup>). O conhecimento de  $\chi(s, b)$  permite estudar algumas características importantes das colisões hadrônicas tais como, fator de forma hadrônica, raio de interação, "funções de overlap"

<sup>a</sup> Departamento da Física/CCE - Universidade Estadual de Londrina, Caixa Postal 6001, CEP 86051-970, Londrina - Paraná - Brasil.

<sup>b</sup> Instituto de Física Gleb Wataghin - UNICAMP.

e testar modelos como o "geometrical scaling" e o da eikonal fatorizável.

- (ii) **propor uma forma teórica para  $X(s,b)$  e comparar os resultados com os dados experimentais de seção de choque diferencial elástica (BELLANDI FILHO et al<sup>12</sup> CHOU & YANG<sup>21</sup>, COVOLAN et al<sup>26</sup>, HAYOT & SUKHATME<sup>33</sup>, SALEEM; FAZAL-E-ALEEM, AZHAR<sup>39</sup>).**

O primeiro método possibilita fazer uma análise independente de modelo. É dentro deste espírito que pretendemos encontrar uma parametrização que represente de forma bastante confiável os dados do espalhamento elástico nêutron-nêutron a altas energias.

Durante os últimos anos os espalhamentos elásticos pp e pp (principalmente) tem sido extensivamente estudados por meio desta sistemática, (AMALDI & SCHUBERT<sup>4</sup>, BAILLY et al<sup>9</sup>, BELLANDI FILHO et al<sup>13</sup>, CHOU<sup>22,23</sup>, COVOLAN et al<sup>25</sup>, FEARNLEY<sup>28</sup>, FRANÇA & HAMMA<sup>29</sup> FRANCE-USSR & CERN-USSR COLLABORATION<sup>3^A</sup>) por exemplo. Várias parametrizações foram propostas, mas os resultados obtidos não estão completos e livres de erros e contradições. A origem destes problemas é quase sempre difícil de traçar, porque a maioria dos trabalhos publicados mostram apenas os resultados finais e omitem detalhes técnicos como interpolação, extrapolação e normalização de dados que foram necessários por usarem dados incompletos. Além disso, acreditamos também, que os problemas apresentados são devidos a tratamentos incorretos de dados experimentais, a métodos de parametrizações inadequados e que nem todos trabalhos discutem ou incluem as contribuições da parte real da amplitude de espalhamento elástica na seção de choque diferencial elástica.

Neste artigo, nós propomos um método de ajuste numérico simples e cuidadoso dos dados experimentais de seção de choque diferencial elástica pp e pp nos intervalos de energia no sistema do centro de massa  $10 \lesssim \sqrt{s} \leq 53 \text{ GeV}$  e  $10 \lesssim \sqrt{s} \leq 546 \text{ GeV}$ , respectivamente. Nosso ajuste foi realizado para todos os valores de energias estudadas, usando-se uma única expressão analítica para a amplitude de espalhamento elástico, que descreveu todas principais características da seção de choque diferencial elástica em função de  $-t$ .

Na seção 2 do presente artigo, nós discutimos os da-

dos experimentais que constituem a base da análise e ajustamos a seção de choque diferencial elástica supondo a amplitude de espalhamento puramente imaginária e escrita como uma soma de exponenciais. Na seção 3, nós completamos o ajuste incluindo a parte real da amplitude de espalhamento através da Fórmula de Martin (MARTIN<sup>34</sup>). As discussões dos resultados obtidos e as conclusões são apresentadas na seção 4.

## 2 - DADOS EXPERIMENTAIS E AJUSTE NUMÉRICO

Primeiramente, vamos fazer uma breve descrição dos dados experimentais que serão ajustados.

A análise, realizada a  $p_{\text{lab}} = 50 \text{ GeV}/c$  ( $\sqrt{s} = 9.78 \text{ GeV}$ ),  $p_{\text{lab}} = 100 \text{ GeV}/c$  ( $\sqrt{s} = 13.76 \text{ GeV}$ ),  $p_{\text{lab}} = 200 \text{ GeV}/c$  ( $\sqrt{s} = 19.42 \text{ GeV}$ ) e  $\sqrt{s} = 53 \text{ GeV}$  ( $p_{\text{lab}} = 1496 \text{ GeV}/c$ ) para pp e pp, e na última colisão a  $\sqrt{s} = 546 \text{ GeV}$  ( $p_{\text{lab}} = 158910 \text{ GeV}/c$ ) também, é baseada nos conjuntos de dados de seção de choque diferencial elástica até  $-t = 5 (\text{GeV}/c)^2$ . Daqui para frente, designaremos esses valores de energias simplesmente por 50 GeV/c, 100 GeV/c, 200 GeV/c, 53 GeV. Para todas energias acima os dados apresentam as principais características de  $d\sigma/dt$ , ou seja, pico de difração, a região do mínimo (ou "shoulder" nos casos de pp a 50 GeV/c e pp a 546 GeV), 2o. máximo e região de queda após 2o. máximo.

Afim de evitar os problemas como normalização, interpolação e extrapolação, nós selecionamos os conjuntos de dados mais recentes, absolutamente normalizados. Nos casos de dados provenientes de experimentos diferentes, consideramos apenas os conjuntos que se superpoem suavemente, as mesmas inclinações e sem intervalos. Os pontos óticos foram obtidos a partir dos dados experimentais mais precisos de  $\sigma_{\text{tot}}$  e  $\rho(s,0)$  usando o teorema ótico, ou seja

$$\left. \frac{d\sigma}{dt} \right|_{-t=0} [ \text{mb}/(\text{GeV}/c)^2 ] = Q_0 Q_{51} [ 1 + \rho^2(s,0) ] \sigma_{\text{tot}}^2(s) [ \text{mb}^2 ] \quad (3)$$

onde  $\sigma_{\text{tot}}$  é a seção de choque total e  $\rho(s,0)$  é a razão entre a parte real e a parte imaginária da amplitude de espalhamento elástico na direção para frente.

Os diferentes conjuntos de dados sobre a seção de choque diferencial elástica estão resumidos na Tabela 1

TABELA 1 - Informações sobre os dados experimentais de  $(d\sigma/dt)_{pp}$

$p_{\text{lab}}(\text{GeV}/c)$	$\sqrt{s}(\text{GeV})$	Referências	Aceleradores	Intervalos de $-t(\text{GeV}/c)^2$	Nº de Dados (*)
50	9.78	D. S. Ayres et al (1977) (8) Z. Asa'd et al (1982) (6)	Fermilab SPS - CERN	$0.0375 \leq -t \leq 0.750$ $0.725 \leq -t \leq 4.75$	43
100	13.76	D. S. Ayres et al (1977) (8) R. Rubinstein et al (1984) (38)	Fermilab Fermilab	$0.0375 \leq -t \leq 0.650$ $0.55 \leq -t \leq 2.45$	32
200	19.42	C. W. Akerlof et al (1976) (1) R. Rubinstein et al (1984) (38)	Fermilab Fermilab	$0.075 \leq -t \leq 0.750$ $0.95 \leq -t \leq 4.45$	22
1496	53	A. Breakstone et al (1984) (17) A. Breakstone et al (1985) (18)	ISR - CERN ISR - CERN	$0.11 \leq -t \leq 0.85$ $0.523 \leq -t \leq 3.52$	52
158910	546	M. Bozzo et al (1984) (15) R. Battiston et al (1983) (11) M. Bozzo et al (1985) (16)	Collider - CERN Collider - CERN Collider - CERN	$0.0325 \leq -t \leq 0.3175$ $0.215 \leq -t \leq 0.495$ $0.45 \leq -t \leq 1.53$	122

TABELA 2 - Informações sobre os dados experimentais de  $(d\sigma/dt)_{pp}$

$P_{lab}(GeV/c)$	$\sqrt{s}$ (GeV)	Referências	Acceleradores	Intervalos de $-t$ (GeV/c) <sup>2</sup>	Nº de Dados (*)
50	9.78	C. W. Akerlof et al (1976) (1) Z. Asa'd et al (1985) (7)	Fermilab SPS - CERN	$0.075 \leq -t \leq 1.025$ $0.80 \leq -t \leq 3.80$	68
100	13.76	C. W. Akerlof et al (1976) (1) R. Rubinstein et al (1984) (38)	Fermilab Fermilab	$0.075 \leq -t \leq 1.325$ $0.55 \leq -t \leq 2.50$	76
200	19.42	C. W. Akerlof et al (1976) (1) R. Rubinstein et al (1984) (38)	Fermilab Fermilab	$0.075 \leq -t \leq 2.75$ $0.95 \leq -t \leq 4.00$	85
1496	53	A. Breakstone et al (1984) (17) A. Breakstone et al (1985) (18)	ISR - CERN ISR - CERN	$0.11 \leq -t \leq 0.85$ $0.623 \leq -t \leq 3.39$	57

(\*) Inclui o ponto ótico calculado através da Eq. 3.

TABELA 3 - Dados de  $\sigma_{tot}$ ,  $\rho(s,0)$  e ponto ótico para a colisão  $\bar{p}p$ .

$P_{lab}(GeV/c)$	$\sqrt{s}$ GeV	$\sigma_{tot}$ (mb)	$\rho(s,0) = \frac{Re f(s,0)}{Im f(s,0)}$	$(d\sigma/dt)_0$ (mb/(GeV/c) <sup>2</sup> )
50	9.78	$43.93 \pm 0.10$ A.S. Carroll et al 1976 (19) - Fermilab	$-0.010 \pm 0.005$ U. Amaldi et al 1977 (3) - Estimado	$98.61 \pm 0.46$
100	13.76	$42.12 \pm 0.08$ A.S. Carroll et al 1976 (19) - Fermilab	$0.011 \pm 0.019$ U. Amaldi et al 1977 (3) - Estimado	$90.65 \pm 0.38$
200	19.42	$41.51 \pm 0.15$ A.S. Carroll et al 1979 (20) - Fermilab	$0.029 \pm 0.030$ L.A. Fajardo et al 1981 (27) - Fermilab	$88.11 \pm 0.79$
1496	53	$43.65 \pm 0.41$ N. Amos et al 1983 (5) - ISR - CERN	$0.101 \pm 0.018$ N. Amos et al 1981 (5) - ISR - CERN	$98.34 \pm 2.20$
158910	546	$61.90 \pm 1.50$ M. Amos et al. 1984 (15) - Collider - CERN	0.15 U. Amaldi et al 1977 (3) - Estimado	$200.17 \pm 9.70$

TABELA 4 - Dados de  $\sigma_{tot}$ ,  $\rho(s,0)$  e ponto ótico para a colisão  $pp$

$P_{lab}(GeV/c)$	$\sqrt{s}$ (GeV)	$\sigma_{tot}$ (mb)	$\rho(s,0) = \frac{Re f(2,0)}{Im f(s,0)}$	$(d\sigma/dt)_0$ (mb/(GeV/c) <sup>2</sup> )
50	9.78	$38.20 \pm 0.02$ A.S. Carroll et al 1976 (19) - Fermilab	$-0.157 \pm 0.012$ V. Bartenev et al 1973 (27) - Fermilab	$76.26 \pm 0.36$
100	13.76	$38.46 \pm 0.04$ A.S. Carroll et al 1976 (19) - Fermilab	$-0.074 \pm 0.018$ L.A. Fajardo et al 1981 (27) - Fermilab	$75.85 \pm 0.36$
200	19.42	$38.98 \pm 0.04$ A.S. Carroll et al 1979 (20) - Fermilab	$-0.019 \pm 0.016$ L.A. Fajardo et al 1981 (27) - Fermilab	$77.52 \pm 0.21$
1496	53	$42.67 \pm 0.19$ U. Amaldi & K.S. Schubert 1980 (4) - ISR - CERN	$0.078 \pm 0.010$ U. Amaldi et al 1977 (3) - ISR - CERN	$93.42 \pm 0.98$

( $\bar{p}p$  – AKERLOF et al<sup>1</sup>, ASA'D et al<sup>6</sup>, AYRES et al<sup>8</sup>, BATTISTON et al<sup>11</sup>, BOZZO et al<sup>15, 16</sup>, BREAKSTONE et al<sup>17, 18</sup>, RUBINSTEIN et al<sup>38</sup>) e Tabela 2 ( $pp$  – AKERLOF et al<sup>1</sup>, RUBINSTEIN et al<sup>38</sup>, ASA'D<sup>7</sup> e BREAKSTONE et al<sup>17, 18</sup>). Os dados sobre  $a_{tot}$ ,  $\rho(s,0)$  e ponto ótico são mostrados na Tabela 3 ( $\bar{p}p$  – CARROLL et al<sup>19, 20</sup>, BOZZO et al<sup>15</sup>, AMALDI et al<sup>3</sup>, FAJARDO et al<sup>27</sup> e AMOS<sup>b</sup>) e na Tabela 4 ( $pp$  – AMALDI & SCHUBERT et al<sup>4</sup>, CARROLL et al<sup>19, 20</sup>, BARTENE et al<sup>10</sup>, AMALDI et al<sup>3</sup>, FAJARDO et al<sup>27</sup>).

Exceto no caso da energia de  $\sqrt{s} = 546\text{GeV}$ , todas as outras energias que escolhemos para analisar, são as únicas que possuem medidas experimentais que permitem uma comparação direta entre as reações  $pp$  e  $\bar{p}p$  num amplo intervalo de  $-t$ .

Supondo que  $f(s,t)$  é puramente imaginária e expressa como uma soma de exponenciais

$$f(s,t) = i \text{Im}(s,t) = i \sum_{j=1}^n \alpha_j e^{-\beta_j(-t)}, \quad (4)$$

nós ajustamos os dados de seção de choque diferencial elástica pela expressão

$$\frac{d\sigma}{dt} = \pi \left| \sum_{j=1}^n \alpha_j e^{-\beta_j(-t)} \right|^2. \quad (5)$$

Esta é a primeira parte de nossa proposta de parametrização.

Os parâmetros  $\alpha_j$  e  $\beta_j$  são fixos para cada energia e são determinados através do Método dos Mínimos Quadrados para Funções Arbitrárias pela minimização do  $\chi^2$ , onde  $\chi^2$  é dado por

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{1}{\sigma_i^2} \left| \frac{d\sigma}{dt} \right|_{\text{exp}} - \frac{d\sigma}{dt}(t_i) \right\}^2_{\text{ajuste}}. \quad (6)$$

Na expressão (6),  $N$  é o número de pontos experimentais e  $\sigma_i$  são as incertezas nos dados experimentais  $(d\sigma/dt)_i$ .

As incertezas nos parâmetros de ajuste  $\sigma_{a_j}$  (onde  $a_j$  significa  $\alpha_j$  e  $\beta_j$ ) são calculadas através da matriz erro definida por

$$\epsilon \equiv Y^{-1} \text{ com } Y_{jk} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial a_j \partial a_k}. \quad (7)$$

Maiores detalhes sobre o método de ajuste numérico e sobre a sistemática de cálculo de erros podem ser vistos nas seguintes referências BEVINGTON<sup>14</sup>, PÁDUA<sup>35</sup>, COVOLAN<sup>24</sup>.

Os valores finais (otimizados) encontrados para os parâmetros de ajuste  $\alpha_j$  e  $\beta_j$  são dados nas Tabelas 5 e 6 para  $\bar{p}p$  e  $pp$  respectivamente. A última linha nesta tabela mostra os valores de  $\chi^2$  por grau de liberdade (gdl) (onde gdl = número de pontos experimentais –  $N$  menos o número de parâmetros –  $n$ ).

Para comparação com os dados experimentais de seção de choque diferencial elástica, nós apresentamos graficamente nossos ajustes (Eq. 5) para  $\bar{p}p$  a  $p_{\text{lab}} = 50\text{ GeV}/c$  (Fig. 1),  $\sqrt{s} = 53\text{GeV}$  (Fig. 2) e  $\sqrt{s} = 546\text{GeV}$  (Fig. 3) e para  $pp$  a  $p_{\text{lab}} = 50\text{GeV}/c$  (Fig. 4) e  $\sqrt{s} = 53\text{GeV}$  (Fig. 5). Estes resultados mostram uma razoável concordância com os dados, exceto próximo do mínimo, onde a parte real da amplitude de espalhamento elástico terá maior influência. Devido a alta concentração de pontos experimentais em algumas regiões de  $-t$ , por questão de clareza e melhor visualização dos gráficos, nós omitimos nas figuras 3 e 10, os pontos da referência BOZZO et al<sup>15</sup>.

TABELA 5 – Parâmetros de Ajuste de  $(d\sigma/dt)_{\bar{p}p}$  através da Eq. 5

$p_{\text{lab}}$ (GeV/c)	50	100	200	1496	158910
$\sqrt{s}$ (GeV)	9.78	13.76	19.42	53	546
$\alpha_1$	$6.893 \pm 0.019$	$6.061 \pm 0.018$	$6.825 \pm 0.038$	$3.481 \pm 0.658$	$3.687 \pm 0.411$
$\alpha_2$	$2.137 \pm 0.014$	$2.601 \pm 0.014$	$1.685 \pm 0.035$	$5.403 \pm 0.663$	$9.702 \pm 0.448$
$\alpha_3$	$-(0.0515 \pm 0.0014)$	$-(0.0526 \pm 0.0023)$	$-(0.0206 \pm 0.0032)$	$-(0.0458 \pm 0.0178)$	$-(0.144 \pm 0.034)$
$\beta_1$	$7.059 \pm 0.058$	$7.000 \pm 0.051$	$6.710 \pm 0.183$	$10.224 \pm 1.158$	$14.871 \pm 1.490$
$\beta_2$	$3.705 \pm 0.03$	$3.645 \pm 0.012$	$3.326 \pm 0.083$	$4.839 \pm 0.196$	$6.104 \pm 0.129$
$\beta_3$	$0.874 \pm 0.014$	$0.967 \pm 0.033$	$0.478 \pm 0.057$	$1.005 \pm 0.163$	$1.179 \pm 0.168$
$\chi^2/\text{gdl}$	35/37	27/26	8/16	77/46	154/116

TABELA 6 – Parâmetros de Ajuste de  $(d\sigma/dt)_{pp}$  através da Eq. 5.

$p_{lab}$ (GeV/c)	50	100	200	1496
$\sqrt{s}$ (GeV)	9.78	13.76	19.42	53
$\alpha_1$	$6.800 \pm 0.021$	$6.676 \pm 0.018$	$6.810 \pm 0.021$	$3.176 \pm 0.040$
$\alpha_2$	$1.285 \pm 0.012$	$1.414 \pm 0.007$	$1.106 \pm 0.006$	$5.561 \pm 0.023$
$\alpha_3$	$-0.121 \pm 0.003$	$-0.136 \pm 0.003$	$-0.105 \pm 0.001$	$-0.024 \pm 0.001$
$\alpha_4$	$-0.021 \pm 0.003$	$-0.097 \pm 0.003$	$-0.19 \pm 0.001$	- o -
$\beta_1$	$5.241 \pm 0.016$	$5.562 \pm 0.011$	$5.979 \pm 0.017$	$10.096 \pm 0.158$
$\beta_2$	$2.850 \pm 0.016$	$2.716 \pm 0.008$	$2.744 \pm 0.005$	$4.951 \pm 0.008$
$\beta_3$	$1.095 \pm 0.015$	$1.459 \pm 0.022$	$1.249 \pm 0.007$	$0.746 \pm 0.014$
$\beta_4$	$1.067 \pm 0.080$	$1.478 \pm 0.032$	$1.192 \pm 0.035$	- o -
$\chi^2/gdl$	66/60	82/68	69/77	49/51

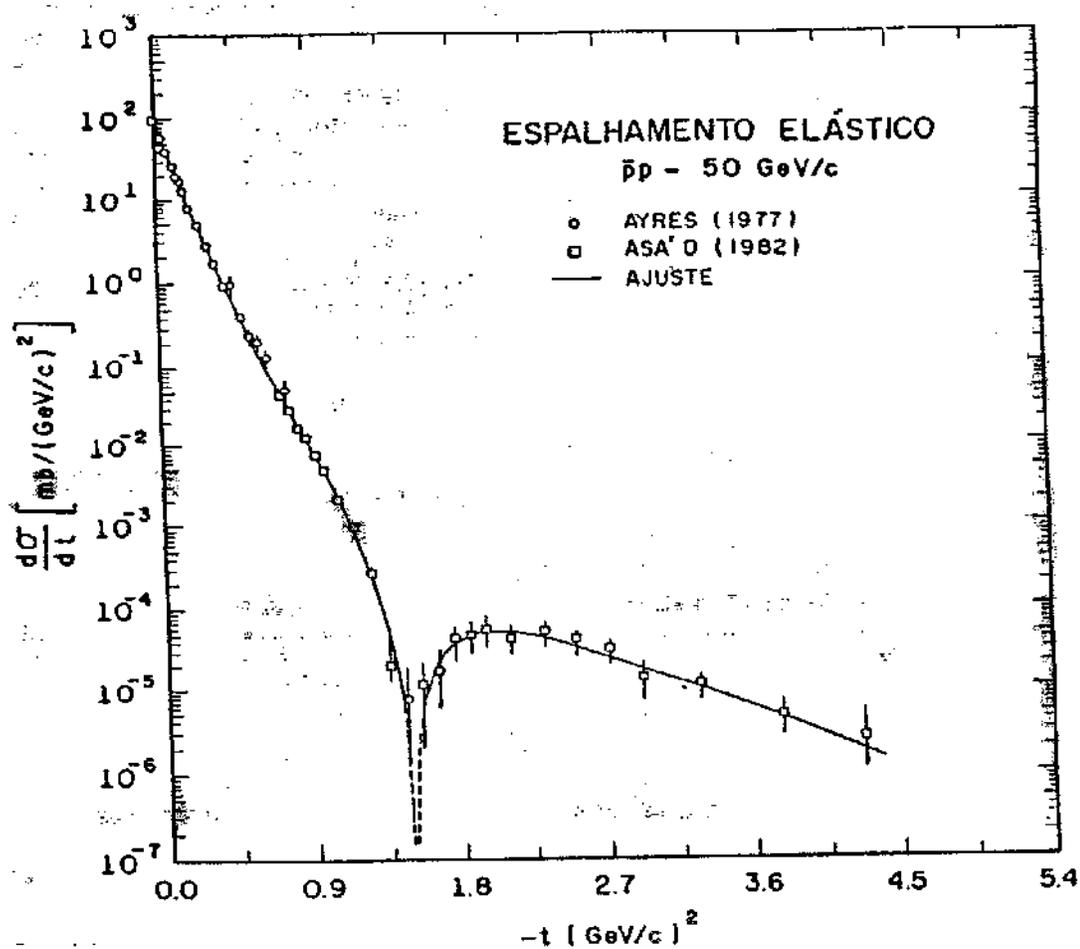
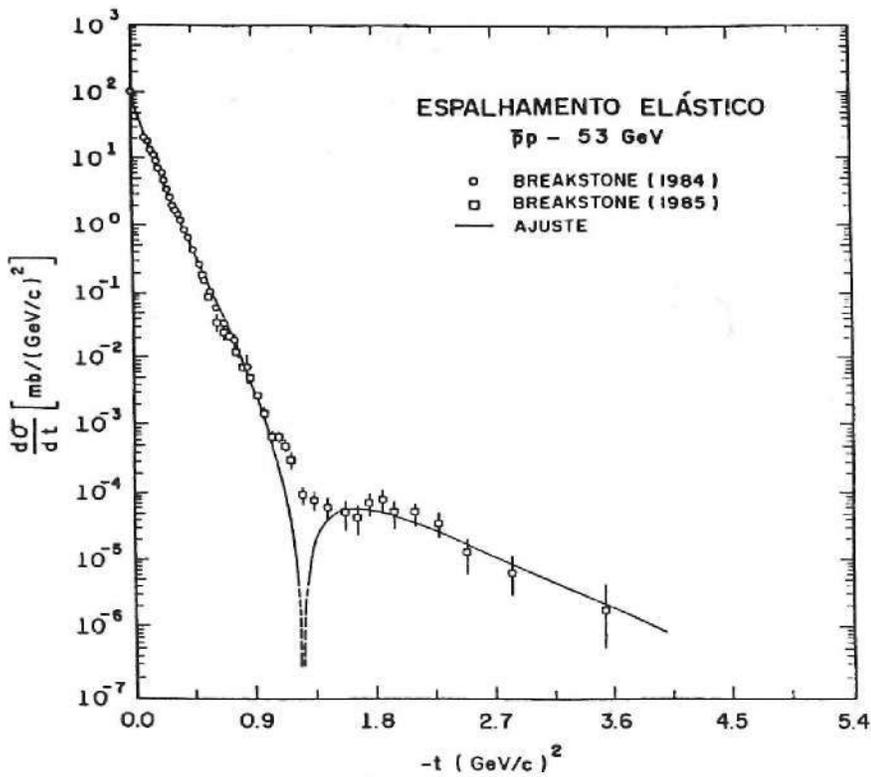
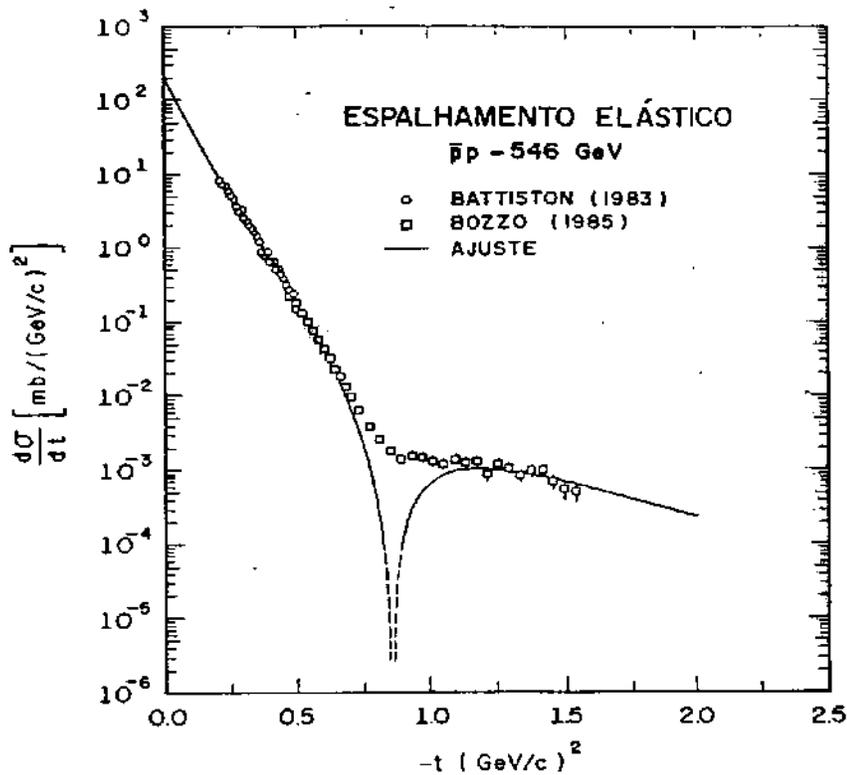


FIGURA 1 - Dados experimentais da seção de choque diferencial elástica de  $pp$  a  $p_{lab} = 50$  GeV/c e curva de ajuste pela Eq. 5.



**FIGURA 2** – Dados experimentais da seção de choque diferencial elástica de  $\bar{p}p$  a  $\sqrt{s} = 53 \text{ GeV}$  e curva de ajuste através da Eq. 5.



**FIGURA 3** – Dados experimentais da seção de choque diferencial elástica de  $\bar{p}p$  a  $\sqrt{s} = 546 \text{ GeV}$  e curva de ajuste através da Eq. 5.

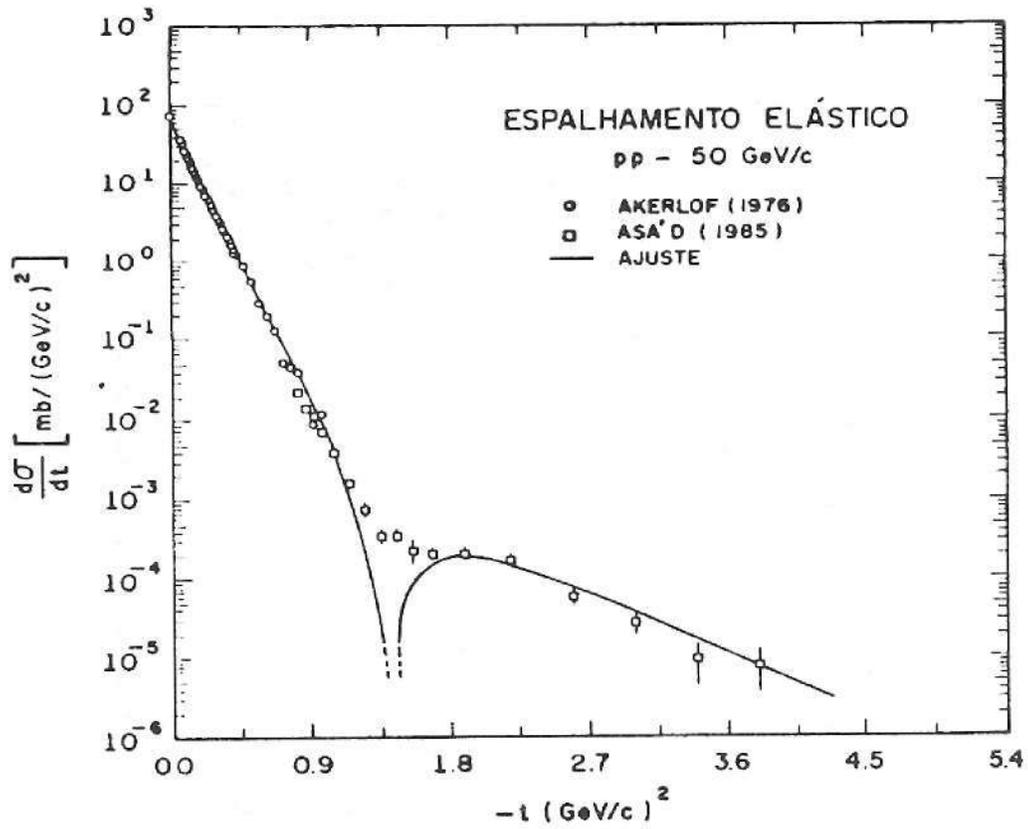


FIGURA 4 — Dados experimentais da seção de choque diferencial elástica de pp a  $p_{\text{lab}} = 50 \text{ GeV}/c$  e curva de ajuste através da Eq. 5.

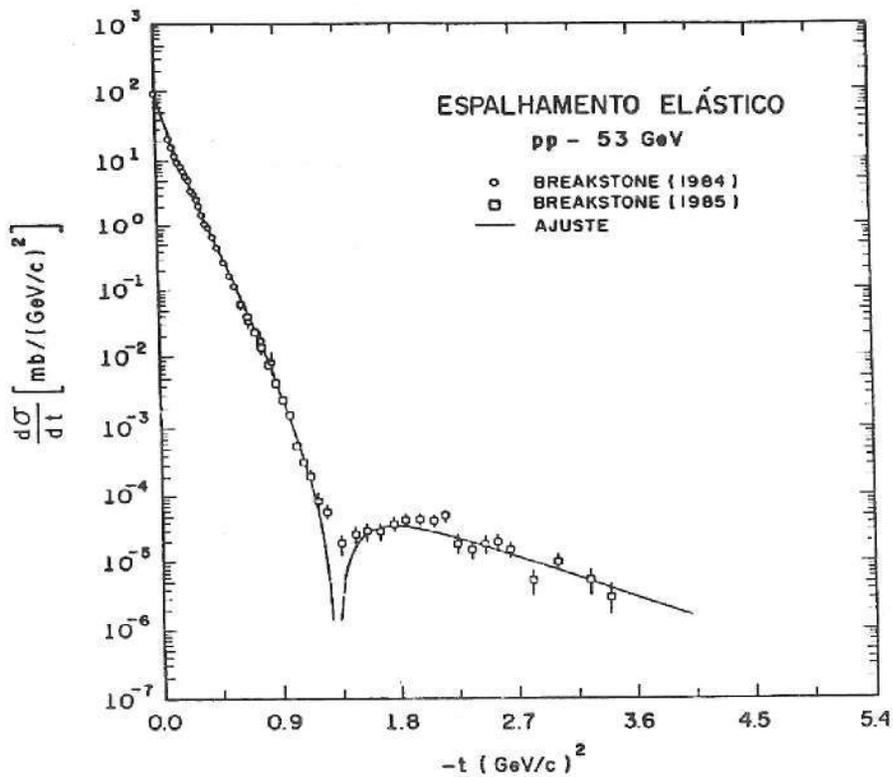


FIGURA 5 — Dados experimentais da seção de choque diferencial elástica de pp a  $\sqrt{s} = 53 \text{ GeV}$  e curva de ajuste através da Eq. 5

### 3 - INCORPORAÇÃO DA PARTE REAL DA AMPLITUDE DE ESPALHAMENTO

Seguindo os argumentos de MARTIN<sup>34</sup>, nós podemos incluir a parte real da amplitude de espalhamento elástico. Desta maneira, a seção de choque diferencial elástica é agora escrita como

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\sigma_{tot}^2}{16\pi} \{ \phi^2(\tau) + \rho^2(s,0) \left[ \frac{d\sigma}{dt}(\tau\phi(\tau)) \right]^2 \}, \quad (8)$$

onde  $\phi(\tau)$  é uma função universal e  $\tau$  uma função de  $s$  e de  $t$ .

No presente trabalho, nós supomos que  $\phi(\tau)$  é dada por

$$\phi(\tau) = \frac{\text{Im}f(s,t)}{\text{Im}f(s,0)} \quad (9)$$

onde  $\text{Im}f(s,t)$  é dada pela Eq. 4.

Assim, nós finalmente podemos expressar a fórmula completa de ajuste como

$$\left. \frac{d\sigma}{dt} \right\} \text{ajuste} = \pi \left\{ \left| \sum_{j=1}^n \alpha_j e^{-\beta_j(-t)} \right|^2 + \rho^2(s,0) \left| \sum_{j=1}^n \alpha_j (1 - \beta_j(-t)) e^{-\beta_j(-t)} \right|^2 \right\} \quad (10)$$

Pela expressão (10), podemos escrever a parte real da amplitude de espalhamento elástico em termos dos parâmetros de ajuste como

$$\text{Re}f(s,t) = \rho(s,0) \sum_{j=1}^n \alpha_j [1 - \beta_j(-t)] e^{-\beta_j(-t)} \quad (11)$$

As comparações de nossas parametrizações completas (usando a Eq. 10) com os dados de seção de choque diferencial elástica podem ser vistas, nas figuras 6(50GeV/c), 7(100GeV/c), 8(200GeV/c), 9(53GeV) e 10(546GeV) para a colisão  $\bar{p}p$  e, no caso de  $pp$ , nas figuras 11 (50GeV/c), 12(100GeV/c), 13(200GeV/c) e 14(53GeV).

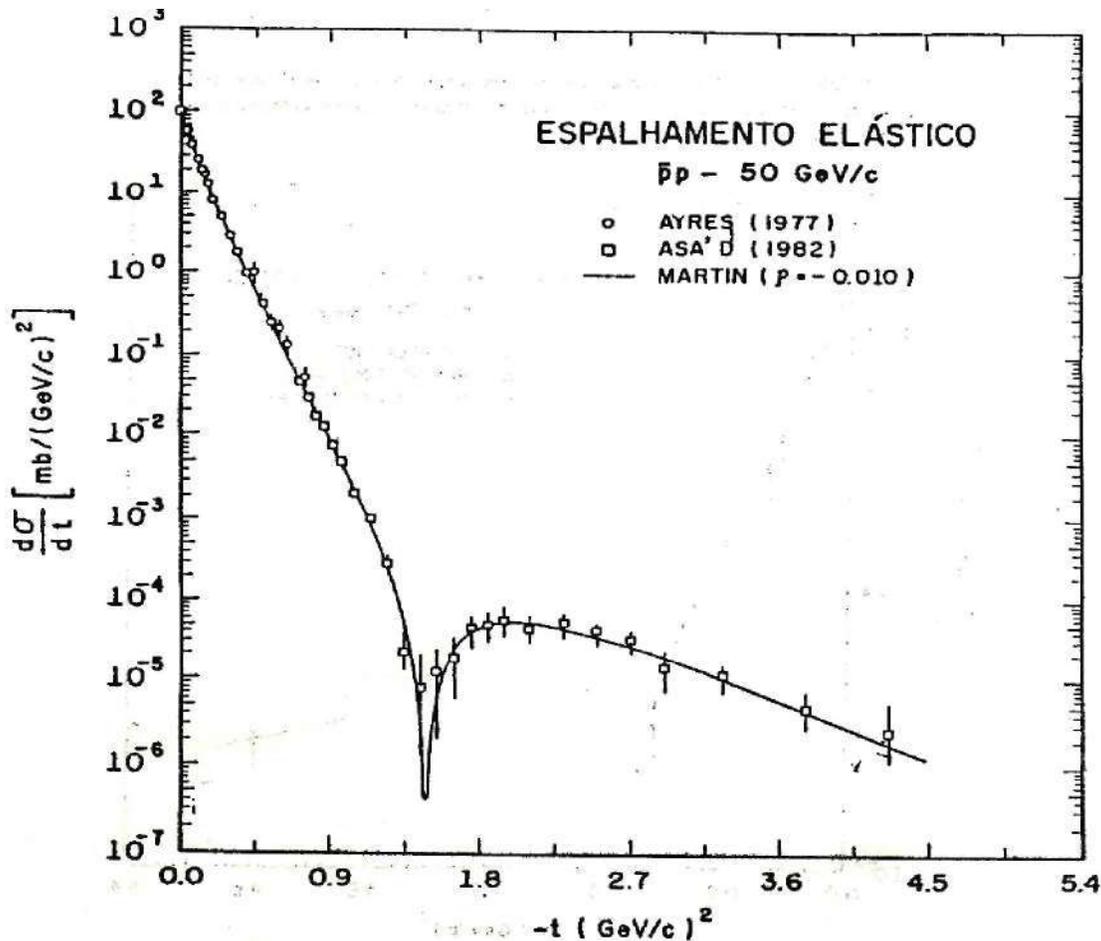
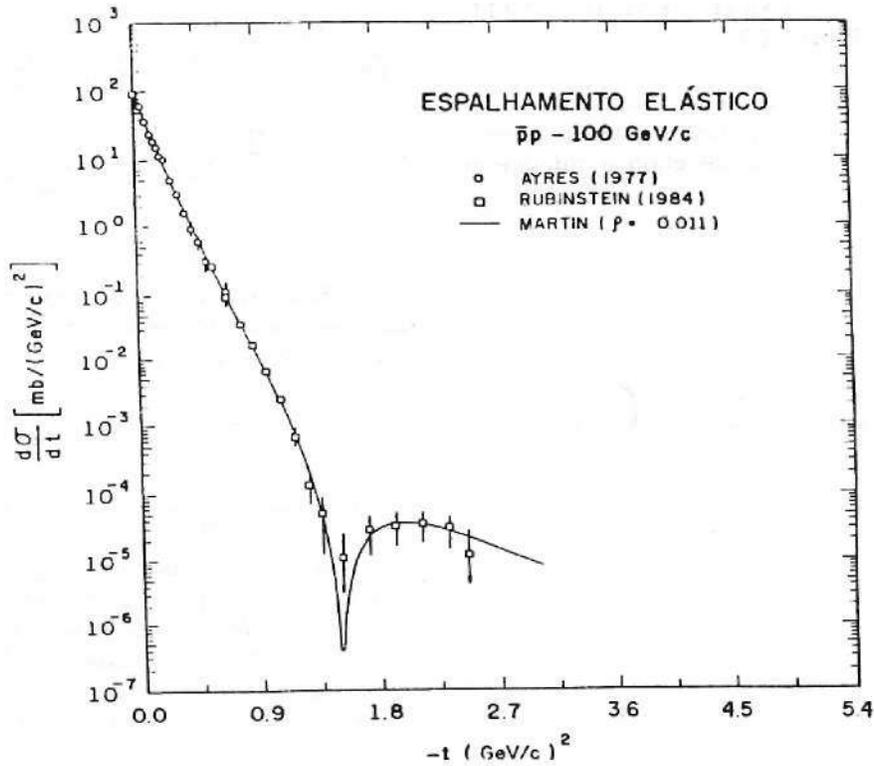
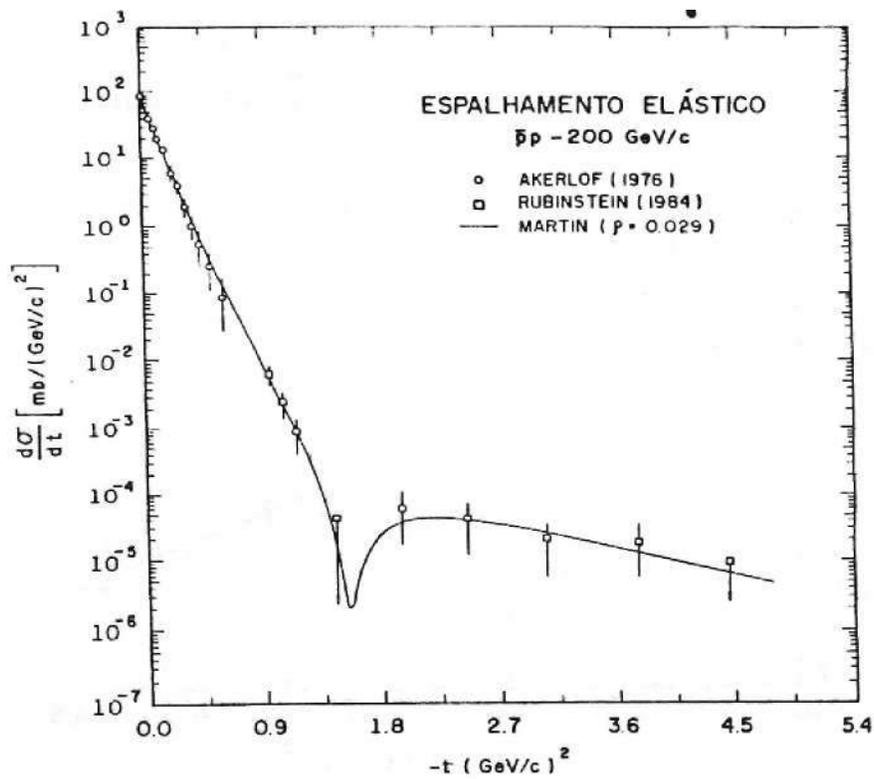


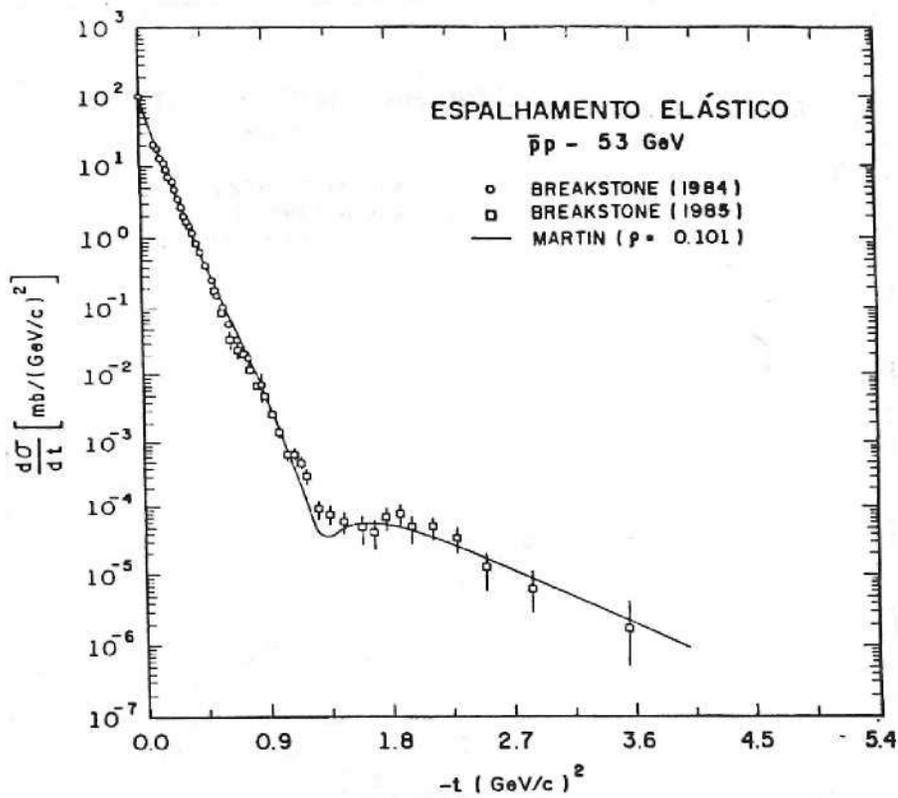
FIGURA 6 - Dados experimentais da seção de choque diferencial elástica de  $\bar{p}p$  a  $p_{lab} = 50 \text{ GeV}/c$  e curva de parametrização pela Eq. 10.



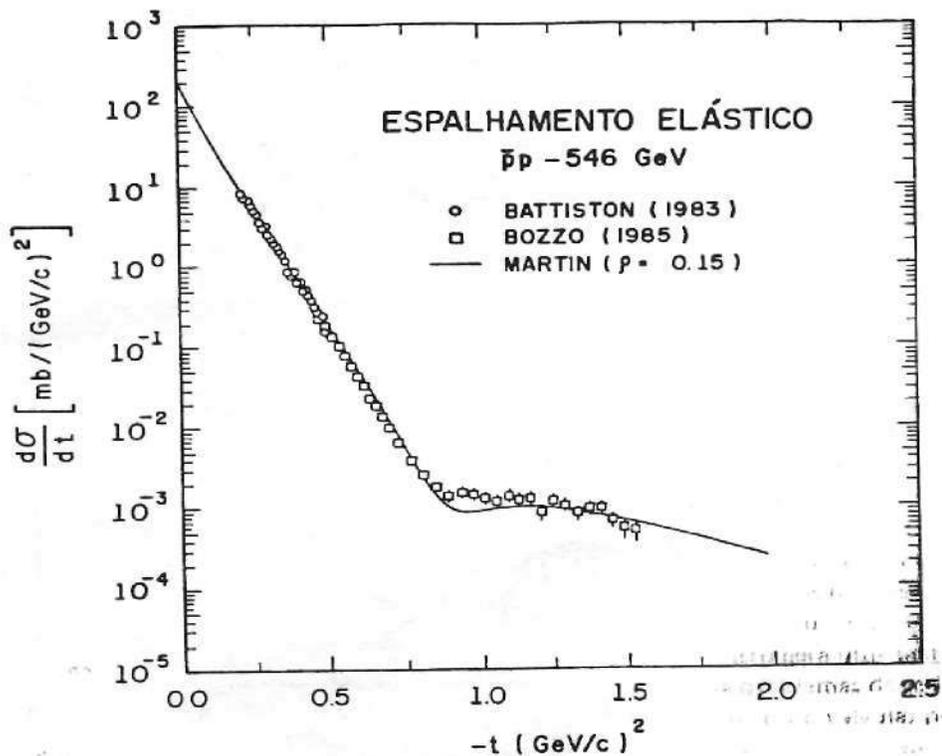
**FIGURA 7** – Dados experimentais da seção de choque diferencial elástica de  $\bar{p}p$  a  $p_{\text{lab}} = 100 \text{ GeV}/c$  e curva de parametrização pela Eq. 10.



**FIGURA 8** – Dados experimentais da seção de choque diferencial elástica de  $\bar{p}p$  a  $p_{\text{lab}} = 200 \text{ GeV}/c$  e curva de parametrização pela Eq. 10.



**FIGURA 9** – Dados experimentais da seção de choque diferencial elástica de  $\bar{p}p$  a  $\sqrt{s} = 53 \text{ GeV}$  e curva de parametrização pela Eq. 10.



**FIGURA 10** – Dados experimentais da seção de choque diferencial elástica de  $\bar{p}p$  a  $\sqrt{s} = 546 \text{ GeV}$  e curva de parametrização pela Eq. 10.

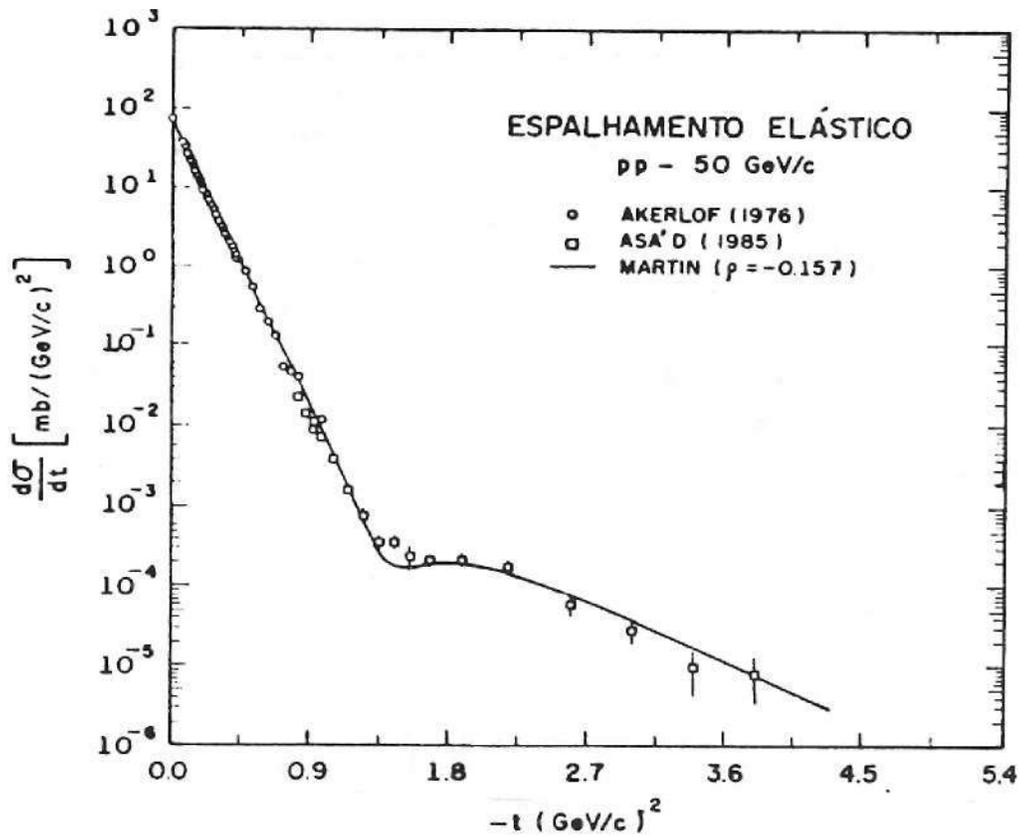


FIGURA 11 — Dados experimentais da seção de choque diferencial elástica de pp a  $p_{lab} = 50$  GeV/c e curva de parametrização pela Eq. 10.

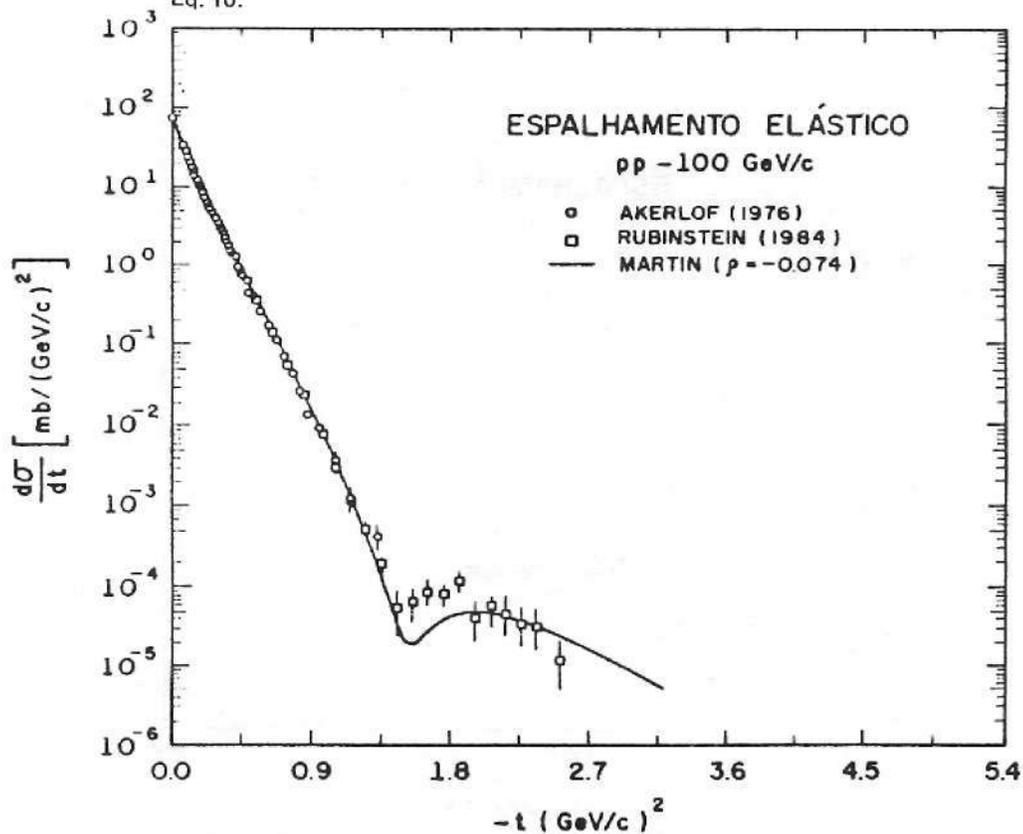
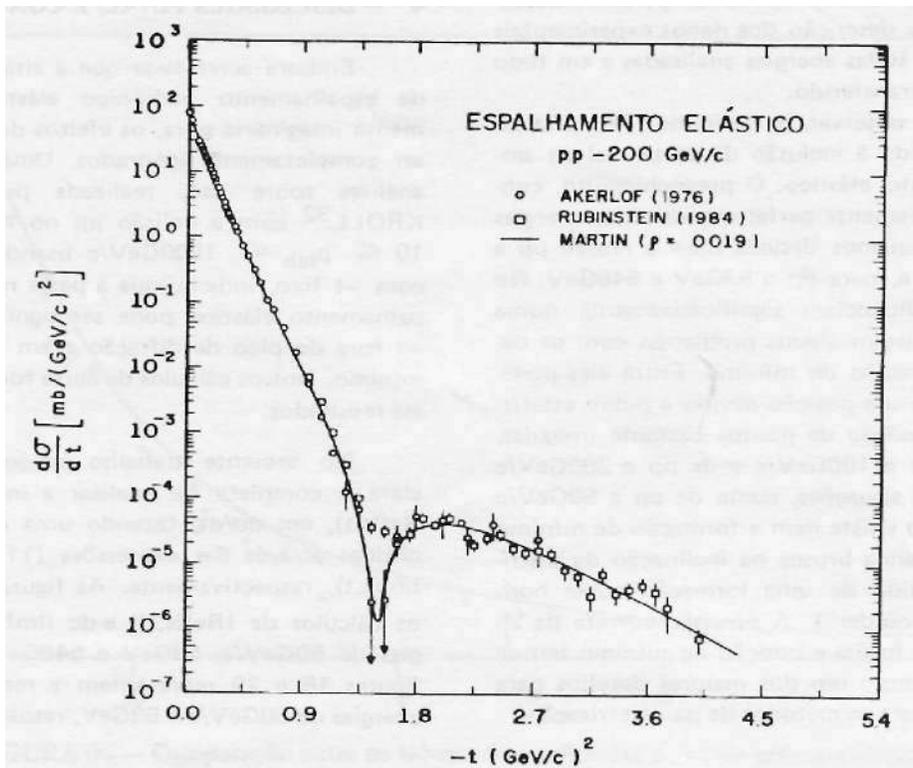
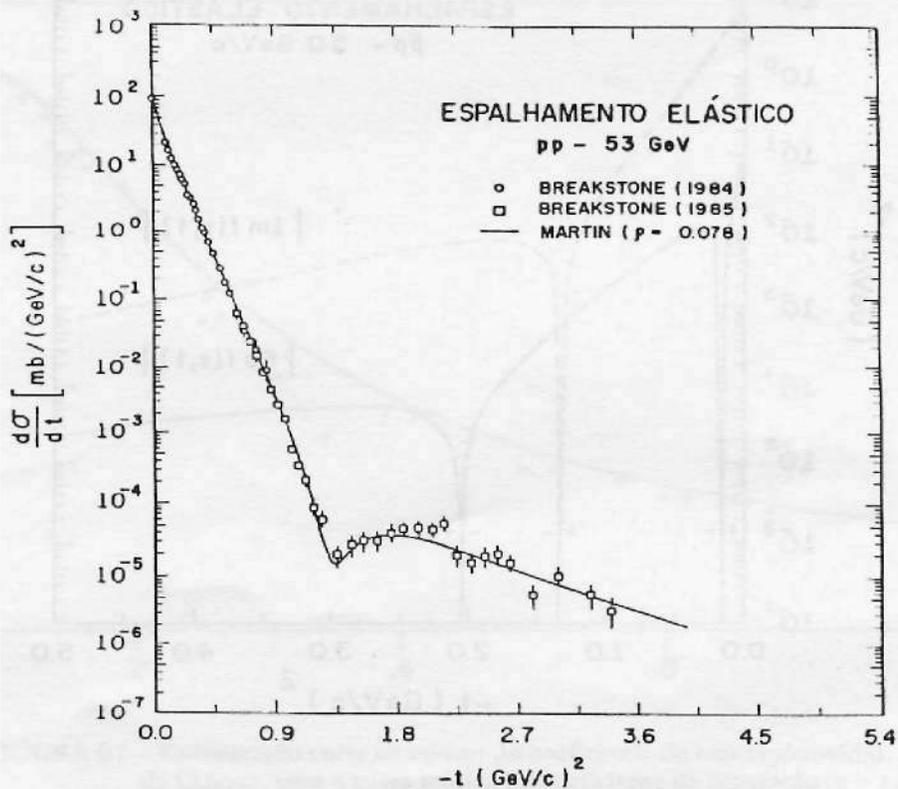


FIGURA 12 — Dados experimentais da seção de choque diferencial elástica de pp a  $p_{lab} = 100$  GeV/c e curva de parametrização pela Eq. 10.



**FIGURA 13** – Dados experimentais da seção de choque diferencial elástica de pp a  $p_{lab} = 200$  GeV/c e curva de parametrização pela Eq. 10.



**FIGURA 14** – Dados experimentais da seção de choque diferencial elástica de pp a  $\sqrt{s} = 53$  GeV e curva de parametrização pela Eq. 10.

De modo geral, nossa proposta de parametrização proporcionou uma boa descrição dos dados experimentais das duas colisões, para todas energias analisadas e em todo intervalo de momento transferido.

Como podemos observar, o "mínimo" foi praticamente preenchido devido à inclusão da parte real da amplitude de espalhamento elástico. O preenchimento, contudo, não é quantitativamente perfeito para todas energias e reações. Existem pequenos desvios para a reação  $pp$  a  $50\text{GeV}/c$  e  $100\text{GeV}/c$  e, para  $pp$  a  $53\text{GeV}$  e  $546\text{GeV}$ . No entanto, eles não influenciam significativamente numa análise global, pois existem alguns problemas com os dados experimentais na região do mínimo. Entre eles podemos citar: incerteza na sua posição devido à pobre estatística de dados e distribuição de pontos bastante irregular, como nos casos de  $pp$  a  $100\text{GeV}/c$  e de  $pp$  a  $200\text{GeV}/c$  e  $53\text{GeV}$ . Em algumas situações, como de  $pp$  a  $50\text{GeV}/c$  e de  $pp$  a  $546\text{GeV}$ , não existe nem a formação de mínimo mas apenas uma mudança brusca na inclinação da distribuição ("break") seguida de uma formação quase horizontal de pontos ("shoulder"). A previsão correta da altura do "shoulder", da forma e posição do mínimo tem-se constituído a muito tempo um dos maiores desafios para os modelos teóricos e para os métodos de parametrização.

Embora acredita-se que a altas energias, a amplitude de espalhamento hadrônico elástico seja fundamentalmente imaginária pura, os efeitos da parte real não podem ser completamente ignorados. Uma das mais importantes análises sobre isso, realizada por GREIN; GUIGAS; KROLL<sup>32</sup> com a colisão  $pp$  no intervalo de energia de  $10 < p_{\text{lab}} < 1500\text{GeV}/c$  usando relação de dispersão com  $-t$  fixo, indicou que a parte real da amplitude de espalhamento elástico pode ser significativa para valores de  $-t$  fora do pico de difração e em particular na região do mínimo. Nossos cálculos de certa forma concordam com esses resultados.

No presente trabalho propomos uma forma mais clara e completa de analisar a influência da parte real,  $\text{Re}f(s,t)$ , em  $dp/dt$ , fazendo uma comparação das curvas obtidas através das expressões (11) e (4) para  $\text{Re}f(s,t)$  e  $\text{Im}f(s,t)$ , respectivamente. As figuras 15, 16 e 17 exibem os cálculos de  $|\text{Re}f(s,t)|$  e de  $|\text{Im}f(s,t)|$  para  $pp$  nas energias de  $50\text{GeV}/c$ ,  $53\text{GeV}$  e  $546\text{GeV}$ , respectivamente. As figuras 18 e 19 representam a mesma coisa para  $pp$  nas energias de  $50\text{GeV}/c$  e  $53\text{GeV}$ , respectivamente.

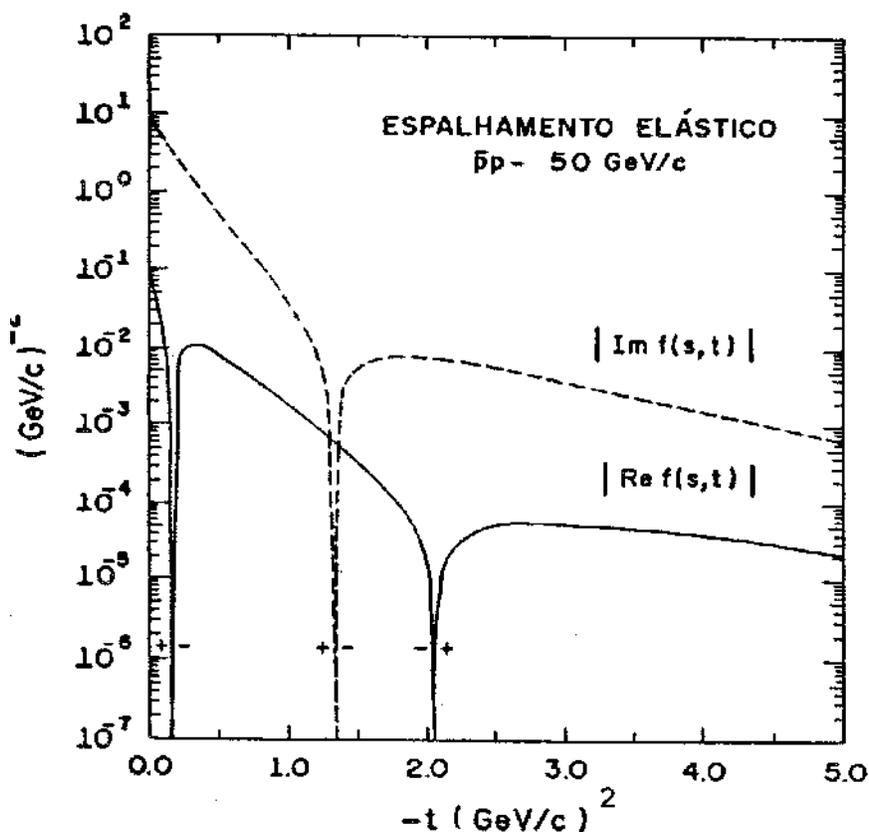


FIGURA 15 - Partes real e imaginária da amplitude de espalhamento elástico de  $\bar{p}p$  a  $p_{\text{lab}} = 50\text{GeV}/c$ .  $|\text{Im}f(s,t)|$  é obtida da Eq. 4 (curva tracejada) e  $|\text{Re}f(s,t)|$  é obtida da Eq. 11 (curva contínua).

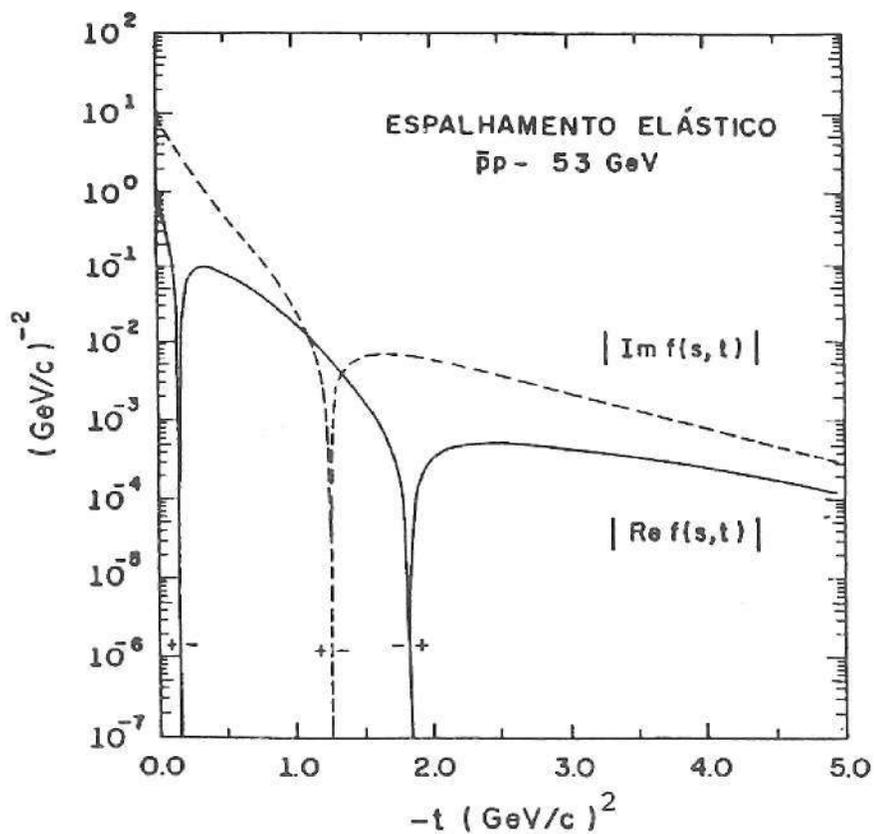


FIGURA 16 - Partes real e imaginária da amplitude de espalhamento elástico de  $\bar{p}p$  a  $\sqrt{s} = 53 \text{ GeV}$ .  $|Im f(s,t)|$  é obtida da Eq. 4 (curva tracejada) e  $|Re f(s,t)|$  é obtida da Eq. 11 (curva contínua).

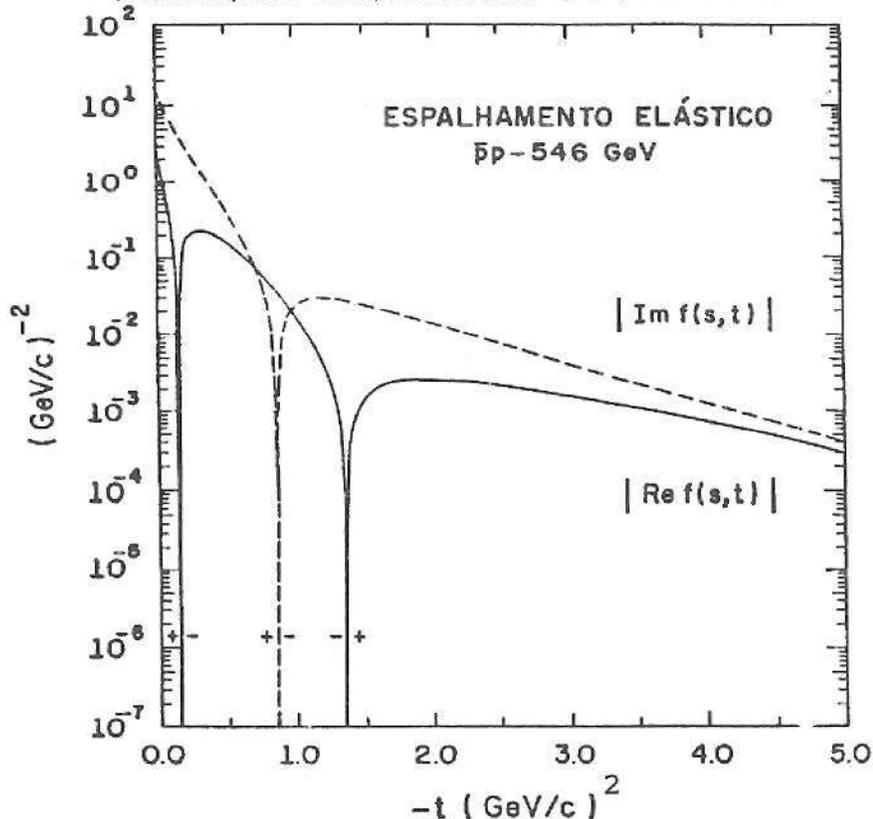


FIGURA 17 - Partes real e imaginária da amplitude de espalhamento elástico de  $\bar{p}p$  a  $\sqrt{s} = 546 \text{ GeV}$ .  $|Im f(s,t)|$  é obtida da Eq. 4 (curva tracejada) e  $|Re f(s,t)|$  é obtida pela eq. 11 (curva contínua).

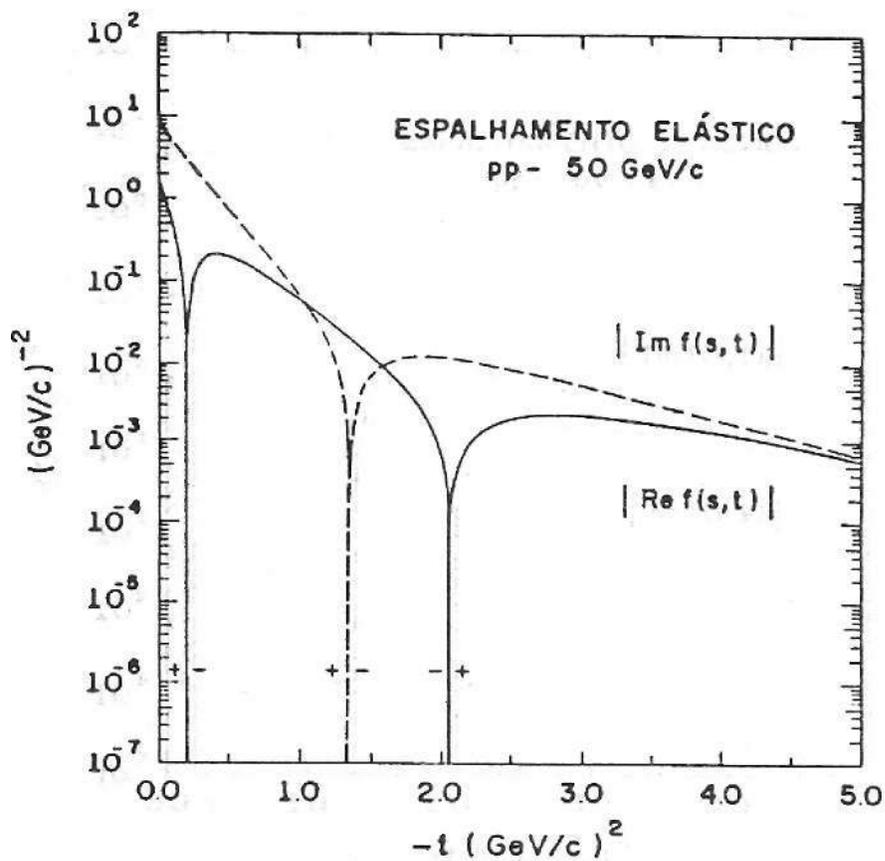


FIGURA 18 - Partes real e imaginária da amplitude de espalhamento elástico de pp a  $p_{lab} = 50 \text{ GeV}/c$ .  $|Im f(s,t)|$  é obtida da Eq. 4 (curva tracejada) e  $|Re f(s,t)|$  é obtida da Eq. 11 (curva contínua).

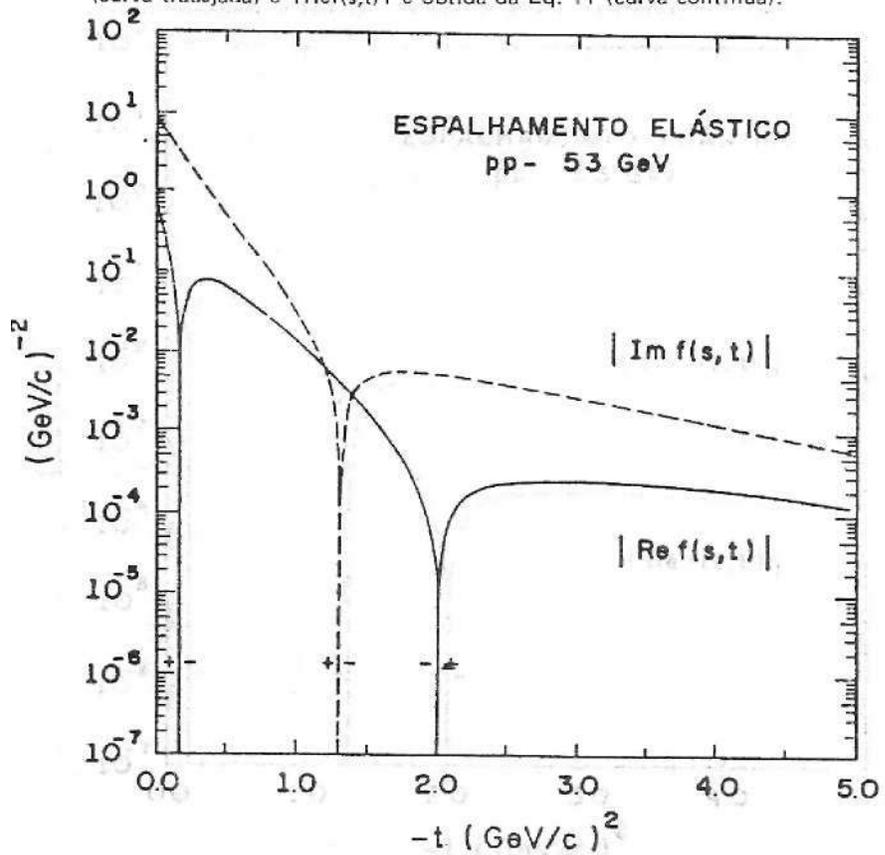


FIGURA 19 - Partes real e imaginária da amplitude de espalhamento elástico de pp a  $\sqrt{s} = 53 \text{ GeV}$ .  $|Im f(s,t)|$  é obtida da Eq. 4 (curva tracejada) e  $|Re f(s,t)|$  é obtida da Eq. 11 (curva contínua).

Desses resultados nós podemos extrair duas importantes conclusões. Primeiramente, para as duas reações e para todas energias a contribuição de  $\text{Re}f(s,t)$  é mais significativa na região do mínimo. Como podemos ver a partir da comparação dos ajustes por meio das equações (5) e (10), que a inclusão da parte real da amplitude de espalhamento elástico tem o efeito de preencher o mínimo e, que o grau de preenchimento é proporcional a  $p(s,0)$ . Em segundo lugar, como sabemos a medida experimental direta da razão entre as partes real e imaginária da amplitude de espalhamento elástico não é possível para qualquer valor de  $-t$ , apenas podemos determiná-la na direção para frente utilizando o teorema ótico e os dados experimentais de  $\text{Stot}$ , ou seja, podemos apenas medir diretamente  $s(S,0)$ . Desta forma, estamos aqui propondo também uma nova maneira de determinar, independentemente de modelo, a grandeza  $s(S,t)$  para qualquer valor de momento transferido.

Nossas estimativas mostram que a parte real da amplitude de espalhamento tem um grande efeito não somente na região do mínimo, mas também para grandes valores de  $-t$ , principalmente para pp a 50GeV/c e para pp a 53GeV e 546GeV. A hipótese de uma amplitude puramente imaginária, parece-nos razoável somente para pp na região de energia do ISR — CERN e para pp apenas para energias abaixo desta região. Para as outras energias  $\text{Re}f(s,t)$  tem a mesma ordem de grandeza de  $\text{Im}f(s,t)$  em quase todo intervalo do momento transferido.

Existem várias propostas de parametrizações numéricas para os dados de seção de choque diferencial elástica das colisões hadrônicas formuladas nos últimos anos. Entre elas podemos destacar as das referências AMALDI & SCHUBERT<sup>4</sup>, BAILLY et al<sup>9</sup>, CHOU<sup>22,23</sup>, FEARNLEY<sup>28</sup>, FRANÇA & HAMA<sup>29</sup>, FRANCE-USSR & CERN-USSR COLLABORATION<sup>30</sup>. Embora algumas delas tenham sido realizadas com certos critérios, quase todas apresentam problemas tais como: ajuste dos dados de  $ds/dt$  em diferentes intervalos de  $-t$ , mas numa mesma energia, com funções analíticas diferentes, ou utilizando para a amplitude de espalhamento elástico uma soma de fun-

ções passo, cobrindo diferentes regiões de momento transferido (AMALDI & SCHUBERT<sup>4</sup>, CHOU<sup>23</sup>, FEARNLEY<sup>28</sup>, FRANCE-USSR & CERN-USSR COLLABORATION<sup>30</sup>) utilização de um único tipo de colisão e somente alguns valores de energia (AMALDI & SCHUBERT<sup>4</sup>, BAILLY et al<sup>9</sup>, CHOU<sup>22,23</sup>, FEARNLEY<sup>28</sup>, FRANCE-USSR & CERN-USSR COLLABORATION<sup>30</sup>), utilização de conjuntos de dados fragmentados e incompletos (CHOU<sup>22,23</sup>, FEARNLEY<sup>28</sup>, BAILLY<sup>9</sup>, FRANCE-USSR & CERN-USSR COLLABORATION<sup>30</sup>), muitas delas limitaram análise na região de energias do ISR — CERN para a colisão pp (AMALDI & SCHUBERT<sup>4</sup>, CHOU<sup>22,23</sup>, FRANÇA & HAMA<sup>29</sup>), não levaram em conta os erros nas medidas experimentais (CHOU<sup>22</sup>, FRANÇA & HAMA<sup>29</sup>), interpolação, extrapolação e normalização de dados incoerentes, nem todos levaram em conta a parte real da amplitude de espalhamento elástico e também, não fizeram uma análise independente de modelo teórico (BELLANDI FILHO et al<sup>12</sup>, COVOLAN et al<sup>26</sup>, SALEEM; FAZAL-E-ALEEN; AZHAR<sup>39</sup>).

Com nossa proposta de parametrização, nós evitamos todos estes problemas, pois através de uma única expressão analítica para a seção de choque diferencial elástica (Eq. 10) e utilizando um rigoroso método de ajuste, que leva em consideração os erros nas medidas experimentais, conseguimos descrever de forma precisa os dados mais recentes e coerentes de  $ds/dt$  para as duas colisões elásticas mais importantes, que são pp e pp, para os intervalos de energia mais amplos em que se tem medidas experimentais e em toda região de difração. (Figuras de 6 a 14).

Finalmente, nós desejamos registrar que este trabalho servirá como ponto de partida para cálculos de grandezas fundamentais nos estudos das colisões hadrônicas a altas energias, tais como, eikonal, "funções de overlap" e raio de interação hadrônica e, ainda, para testar de forma independente de modelo as hipóteses da fatoração e do "geometrical scaling". Estes assuntos são tratados nos artigos das referências PÁDUA et al<sup>36,37</sup>.

**PADUA, A.B. de. A proposal for numeric parametrization of the scattering experimental data *Semina*, v. 12, n. 4, p.248-265, Dec. 1991.**

#### ABSTRACT

*We propose a numerical fit method for the elastic differential cross section data of pp and  $\bar{p}p$  in energy ranges of  $10 \lesssim \sqrt{s} \leq 53 \text{ GeV}$  and of  $10 \lesssim \sqrt{s} \leq 546 \text{ GeV}$  respectively. Firstly, we adapted the data by assuming a purely imaginary elastic amplitude and expressing it as a sum of the exponentials on the fitted momentum transfer  $-t$ . Secondly, we incorporated the contribution of the real part of the elastic amplitude by means of the Martin's Formula. Our results showed, on the whole, a good agreement with the data including those ones in the dip region. This parametrization may be used in future works as the starting point for calculations, from a model independent way, of important physical quantities as eikonal, overlap functions, interaction radius and so on.*

**KEY WORDS:** *Elastic Scattering, High Energies, Antiproton, Proton, Scattering Amplitude, Elastic Differential Cross Section, Numerical Fit e Martin's Formula.*

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 – AKERLOF, C.W. et al. Hadron-proton Scattering at 50, 100 and 200 GeV/c Momentum. *Phys. Rev.*, D14(11): 2864, 1976.
- 2 – ALBERI, G. & GOGGI, G. Diffraction of Subnuclear Waves. *Phys. Reports*, 74(1): 1 - 207, 1981.
- 3 – AMALDI, U. et al. The real part of the forward proton proton scattering amplitude measured at the CERN Intersecting Storage Rings. *Phys. Lett.*, 66B(4): 390, 1977.
- 4 – AMALDI, U. & SCHUBERT, K.R. Impact parameter interpretation of proton-proton scattering from a critical review of all ISR data. *Nucl. Phys.*, B166: 301-320, 1980.
- 5 – AMOS, N. et al. Comparison of small-angle  $\bar{p}p$  and  $pp$  elastic scattering at 52.8 GeV Center-of-Mass Energy at the CERN Intersecting Storage Rings. *Phys. Lett.* 120B(4, 5, 6): 460, 1983.
- 6 – ASA'D, Z. et al. Observation of a Dip  $-t = 1.5$  (GeV/c)<sup>2</sup> in  $\bar{p}p$  elastic scattering at 50 GeV/c. *Phys. Lett.*, 108B(1): 51, 1982.
- 7 – ASA'D, Z. Elastic scattering of charged mesons, antiprotons and protons on protons at incident momenta of 20, 30 and 50 GeV/c in the Momentum transfer range  $0.5 \lesssim -t \lesssim 8$  (GeV/c)<sup>2</sup>. *Nucl. Phys.* B255: 273-327, 1985.
- 8 – AYRES, D.S. et al.  $\pi^\pm$ ,  $K^\pm p$ ,  $pp$  and  $\bar{p}p$  elastic scattering from 50 to 175 GeV/c. *Phys. Rev.*, D15(11): 3105, 1977.
- 9 – BAILLY, J.L. et al. An impact analysis of proton-proton elastic and inelastic interactions at 360 GeV/c. *Z. Phys.* C, 37: 7-16, 1987.
- 10 – BARTENEV, V. et al. Real part of the proton-proton forward-scattering amplitude from 50 to 400 GeV. *Phys. Rev. Lett.*, 31(22): 1367, 1973.
- 11 – BATTISTON, R. et al. Proton-antiproton elastic scattering at four-momentum transfer up to 0.5 GeV<sup>2</sup> at the CERN SPS Collider. *Phys. Lett.*, 127B(6): 472, 1983.
- 12 – BELLANDI FILHO, J. et al. Elastic scattering at CERN Collider Energies and the Chou-Yang Model. *Hadronic J.*, 10: 149, 1987.
- 13 – BELLANDI FILHO, J. et al. An attempt to extract Semi-Hard QCD effects from  $\bar{p}p$  elastic scattering data. *Z. Phys. c*, 43: 651, 1989.
- 14 – BEVINGTON, L.A. *Data reduction and error analysis for the physical sciences*. New York: McGraw - Hill Book, 1969.
- 15 – BOZZO, M. et al. Low momentum transfer elastic scattering at the CERN proton-antiproton Collider. *Phys. Lett.*, 147B(4,5): 392, 1984.
- 16 – BOZZO, M. et al. Elastic scattering at the CERN SPS Collider up to four-momentum transfer of 1.55 GeV<sup>2</sup>. *Phys. Lett.*, 155B(3): 197, 1985.
- 17 – BREAKSTONE, A. et al. A Measurement of  $\bar{p}p$  and  $pp$  elastic scattering at ISR Energies. CERN/EP, 84-105, 17 august 1984.
- 18 – BREAKSTONE, A. et al. A Measurement of  $\bar{p}p$  and  $pp$  elastic scattering in the Dip Region at  $\sqrt{s} = 53$  GeV. CERN/EP, 85-9, 24 january 1985.
- 19 – CARROLL, A.S. et al. Total cross sections of  $\pi^\pm$ ,  $K^\pm$ ,  $p$  and  $\bar{p}$  on protons and deuterons between 23 and 280 GeV/c. *Phys. Lett.*, 61B(3): 303, 1976.
- 20 – CARROLL, A.S. et al. Total cross section of  $\pi^\pm$ ,  $K^\pm$ ,  $p$  and  $\bar{p}$  on protons and deuterons between 200 and 370 GeV/c. *Phys. Lett.* 80B(4, 5): 423, 1979.
- 21 – CHOU, T.T. & YANG, C.N. Model of elastic high-energy scattering. *Phys. Rev.*, 170(5): 1591, 1968.
- 22 – CHOU, T.T. Energy dependence of opaqueness for  $pp$  Collisions at High Energies. *Found. Phys.*, 8(5, 6): 319, 1978.
- 23 – CHOU, T.T. Impact parameter analysis of  $pp$  elastic scattering at  $\sqrt{s} = 23$  and 62 GeV. *Nucl. Phys.*, B139: 260-268, 1978.
- 24 – COVOLAN, R.J.M. *Estudo fenomenológico do espalhamento elástico Kaon-Próton em altas energias*. Tese (Doutorado) - IFGW, UNICAMP, 1989.
- 25 – COVOLAN, R.J.M. et al. Impact Parameter Space Analysis of the Kaon-Proton elastic scattering. *Hadronic J.*, 5(1): 51, 1990.
- 26 – COVOLAN, R.J.M. et al. Description of the Kaon-Proton Elastic Scattering at High Energies by the Bourrely-Soffer-Wu Model. *Hadronic J.*, 5(1): 81, 1990.
- 27 – FAJARDO, L.A. et al. Real Part of the Forward Elastic Nuclear Amplitude for  $pp$ ,  $\bar{p}p$ ,  $\pi^+ p$ ,  $\pi^- p$ , and  $K^+ p$  Scattering Between 70 and 200 GeV/c. *Phys. Rev.*, D24(1): 46, 1981.
- 28 – FEARNLEY, T. Impact Parameter Analysis of  $\bar{p}p$  Elastic Scattering from  $\sqrt{s} = 7.6$  GeV to 546 GeV. CERN/EP, p. 85-137, 9 sept. 1985.
- 29 – FRANÇA, H.M. & HAMA, Y. Energy Dependence of the Eikonal in  $p-p$  Elastic Collisions. *Phys. Rev.*, D19(11): 3261, 1979.
- 30 – FRANCE-USSR & CERN-USSR COLLABORATION. Elastic  $K^- p$  Scattering at 32.1 GeV/c and its Analysis in the Impact-Parameter Representation. *Sov. J. Nucl. Phys.*, 33(1): 66, 1981.
- 31 – GLAUBER, R.J. High Energy Collision theory. In: W.F. BRITIN et al. *Lectures in theoretical Physics*. Nova York 1959. Vol I p. 315-414.
- 32 – GREIN, W., GUIGAS, R.; KROLL, P. The Real Part of the Proton-Proton diffraction Amplitude and the Energy Dependence of the Overlap Functions. *Nucl. Phys.* B89:93-108, 1975.

- 33 – HAYOT, F. & SUKHATME, U.P. Test of a Generalized Chou-Yang Model at Currently Available High Energies. *Phys. Rev., D10*: 2183, 1974.
- 34 – MARTIN, A. Asymptotic Behavior of the Real Part of the Scattering Amplitude at  $t \neq 0$ . *Lett. N. Cim.*, 7(16): 811, 1973.
- 35 – PÁDUA, A.B. *Análise Fenomenológica no Canal – s do Espalhamento Elástico  $\bar{p}p$  a Altas Energias*. Campinas, IFGW, 1989. Tese (Doutorado) UNICAMP.
- 36 – PÁDUA, A.B. et al. Energy Dependence of the Eikonal in  $\bar{p}p$  Elastic Collision at High Energies. Preprint DF-UEL, Th 02/91.
- 37 – PÁDUA, A.B. et al. An impact parameter space analysis of  $\bar{p}p$  elastic scattering from  $\sqrt{s} = 9.78\text{GeV}$  to  $\sqrt{s} = 546\text{ GeV}$ . Preprint DF-UEL, Th 03/91.
- 38 – RUBINSTEIN, R. et al. Large momentum transfer elastic scattering of  $\pi^\pm$ ,  $K^\pm$  and  $p^\pm$  on Protons at 100 and 200 GeV/c. FERMILAB-Pub – 84/54-E, June 1984.
- 39 – SALEEM, M.; FAZAL-E-ALEEM; AZHAR, I.A. Generalized Chou-Yang Model for  $p(p)p$  and  $\Sigma(\Sigma)p$  elastic scattering at high energies. *Europhys. Lett.*, 6(3): 201, 1988.

Recebido para publicação em 10/7/1992