

REAÇÕES DE LAJES RETANGULARES - UMA PROPOSTA DE ALTERAÇÃO DA NORMA NBR-6118

GILBERTO CARBONARI^a
MÁRCIA DE SOUZA^b

CARBONARI, G.; SOUZA, M. de. Reações de lajes retangulares — uma proposta de alteração da norma NBR-6118. *Semina*, v. 12, n. 4, p.236-247, dez. 1991.

RESUMO

Segundo a Norma Brasileira NBR-6118, as reações de apoio das lajes sobre as vigas são cargas uniformemente distribuídas, independentemente da flexibilidade das vigas. No entanto, esta distribuição não é uniforme, e tal aproximação pode acarretar diferenças significativas nos esforços das vigas. Neste trabalho, apresenta-se uma forma diferente na distribuição das reações, sendo que os resultados obtidos através desta concepção, conjuntamente com os da Norma, são comparados com a solução da estrutura como um conjunto único laje-vigas, utilizando-se como ferramenta um programa em elementos finitos.

PALAVRAS-CHAVE: Laje, Retangular, Reação, Vigas, Contorno.

1 - INTRODUÇÃO

O interesse por este trabalho originou-se na fase de execução do projeto estrutural do Hospital de Clínicas da Universidade Estadual de Londrina — UEL. Neste projeto, os elementos estruturais de concreto armado eram compostos, basicamente, por lajes quadradas apoiadas em vigas e essas em pilares, dispostos nos cantos das lajes. Todo o complexo laje-vigas foi discretizado e processado por um programa em elementos finitos considerando a flexibilidade dos elementos, e, paralelamente, a mesma estrutura foi calculada pelo processo convencional, isto é, admitindo-se que as lajes eram isoladas com contornos rígidos e que as reações sobre as vigas de contorno se davam segundo cargas uniformemente distribuídas de acordo com os quinhões de carga. Comparando os dois procedimentos notou-se uma significativa diferença nos esforços obtidos nas vigas, principalmente com relação aos momentos fletores, sendo que, pelo processo convencional, os esforços calculados foram menores que os do sistema único laje-vigas.

Dentre os autores que estudaram o assunto pode-se destacar o trabalho desenvolvido por MAZZILI (1988). Neste trabalho o autor apresenta algumas conclusões importantes, dentre elas podem ser citadas as seguintes:

- "A menos que ocorram pequenas imperfeições e casos de exceção é possível a separação das lajes para a determinação dos esforços nas próprias lajes e respectivas vigas de apoio;

— os esforços, tanto nas lajes como nas vigas de apoio, podem variar muito em função da flexibilidade das vigas;

— os esforços nas vigas, devido a cargas uniformes, calculadas por processos práticos usuais, podem ser muito diferentes dos esforços obtidos através do processo por elementos finitos, mesmo para vigas com rigidez razoável;

é importante a relação entre a rigidez a flexão da viga e da laje. O comportamento da laje apoiada pode ceder lugar ao comportamento de laje-cogumelo;

➤ para razoável rigidez à flexão de todas as vigas de apoio, os ângulos propostos pela NBR-6118 (1982) para distribuição dos quinhões de cargas são bons. Porém, quando há variação de rigidez entre as vigas, há necessidade de que os valores desses ângulos sejam modificados;

— alerta-se, pois, para o perigo de seguir sem uma análise mais criteriosa as especificações apresentadas pela NBR-6118 (1982)".

Outros autores também estudaram o assunto, dentre eles, MONTOYA (1974), BARES (1979), TIMOSHENKO (1959). Estes autores não trataram com o devido detalhe a distribuição das reações da laje sobre as vigas de apoio, e, também, não consideraram a flexibilidade dos apoios.

Devido a essa discrepância no cálculo das reações da laje sobre as vigas de contorno, e considerando a simplicidade com que o assunto é tratado na Norma NBR-6118 (1982), o presente trabalho propõe que as reações sejam cargas distribuídas na forma de triângulos e trapézios, de acordo com os quinhões de carga. Tanto esta proposição

^a Departamento de Estruturas/CTU — Universidade Estadual de Londrina, Caixa Postal 6001, CEP 86051-970, Londrina - Paraná - Brasil.
^b Discente do Curso de Engenharia Civil — Universidade Estadual de Londrina, Boissista do CNPq.

como as recomendações da Norma são comparadas com a solução através de elementos finitos, considerando o sistema único laje-vigas, levando em conta diferentes flexibilidades das vigas de apoio e relações entre os lados das lajes retangulares.

2 - CARACTERÍSTICAS DAS LAJES ANALISADAS

Na definição das características das estruturas a serem estudadas a escolha foi criteriosa tendo em vista a possibilidade de uma infinidade de combinações. Portanto, para simplificar, foram feitas algumas considerações:

VINCULAÇÃO DAS LAJES: foram estudados 6 tipos de vinculações combinando lados simplesmente apoiados com lados perfeitamente engastados, conforme Figura 2.1.

VIGAS DE CONTORNO: as vigas foram escolhidas de modo que proporcionassem apoios de pequena, média e grande rigidez. Para isto, sua base foi mantida constante e igual a 15cm e sua altura (h) variou de acordo com o comprimento da viga, isto é:

- apoios com grande rigidez — $h = L/5$
- apoios com média rigidez — $h = L/10$
- apoios com pequena rigidez — $h = L/20$

DIMENSÃO DAS LAJES: para evitar um número muito grande de casos, fixou-se um dos lados (b) da laje em 5m sendo que o outro lado (a) seguia as relações:

$$a/b = 1, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8 \text{ e } 2.0$$

logo, $a = 5, 6, 7, 8, 9 \text{ e } 10\text{m}$.

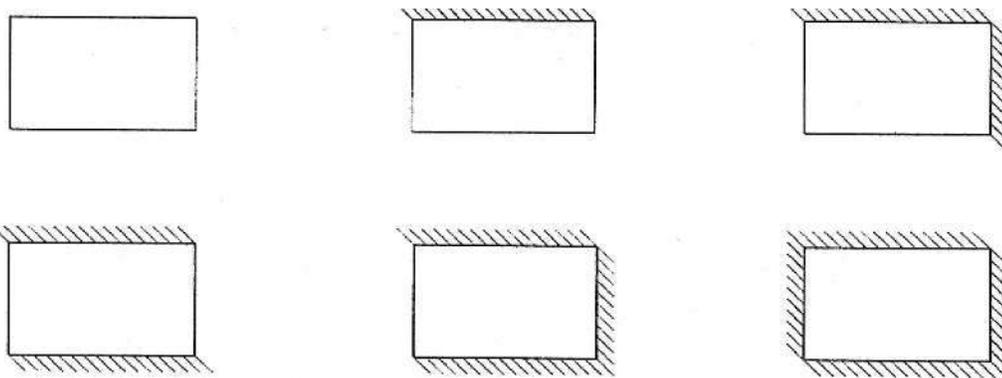


FIGURA 2.1 — Lajes e suas vinculações

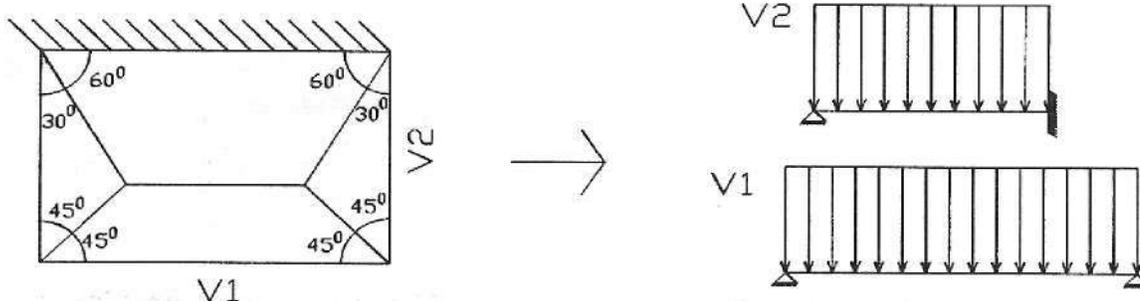


FIGURA 3.1 - Laje analisada segundo a NBR-6118

A espessura das lajes foi fixada em 10cm.

Tanto as lajes quanto as vigas possuem módulo de elasticidade de $3 \times 10^7 \text{ KN/m}^2$ e coeficiente de Poisson de 0.20.

Foi considerado um carregamento Uniformemente distribuído por unidade de área de laje de 10 KN/m^2 .

Todas as combinações dos casos acima relacionados resultaram um total de 108 lajes diferentes cujos esforços das vigas de contorno foram calculados através das formas descritas a seguir:

3 -PROCEDIMENTOS PARA O CÁLCULO DOS ESFORÇOS NAS VIGAS DE CONTORNO DAS LAJES

3.1 — NBR-6118 (carregamento uniforme nas vigas)

Seguiu-se as recomendações da Norma NBR-6118, cujo texto diz o seguinte:

"Permite-se calcular as reações de apoio de lajes retangulares com cargas uniformemente distribuídas considerando-se para cada apoio carga correspondente aos triângulos ou trapézios obtidos traçando-se, a partir dos vértices, na planta da laje, retas inclinadas de:

45° entre apoios de mesmo tipo

60° a partir do apoio engastado quando o outro for livremente apoiado.

90° a partir do apoio quando a borda vizinha for livre". Essas considerações estão indicadas na Figura 3.1.

3.2 — Análise por elementos finitos

No processamento do sistema único laje-vigas utilizou-se um programa, computacional em elementos finitos, admitindo-se, portanto, que o material é homogêneo, isótropo com comportamento elástico e linear. As lajes foram discretizadas com 100 elementos de placa retangulares e as vigas com 10 elementos de barra, conforme Figura 3.2.

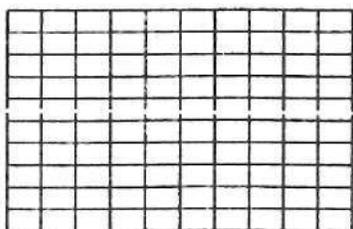


FIGURA 3.2 — Discretização da laje em elementos finitos

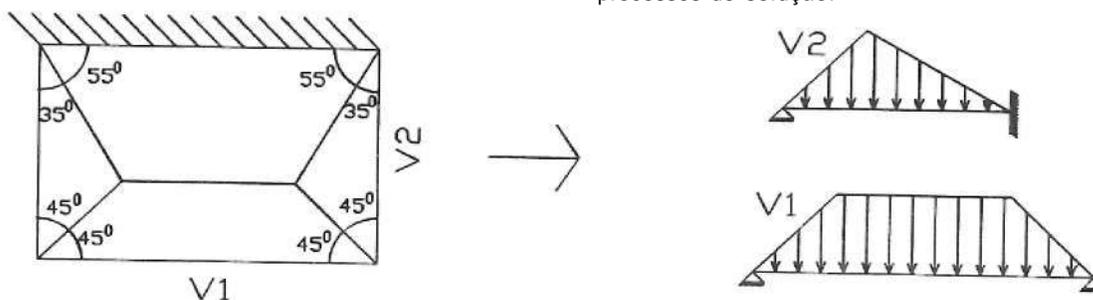


FIGURA 3.3 — Proposta deste trabalho para as reações

3.3 — Proposta do Trabalho (cargas não uniformes nas vigas)

Na solução das vigas de contorno, onde as reações das lajes são cargas distribuídas com forma triangular e trapezoidal, os quinhões de carga das lajes são proporcionais aos ângulos de 45°, 55° e 90°, portanto, o segundo diferente daquele preconizado pela Norma, que é de 60°. Esta alteração no ângulo minimizou as diferenças percentuais em relação à solução através dos elementos finitos. Na Figura 3.3 estão indicadas as considerações dadas acima.

As figuras de 1 a 17 mostram as diferenças percentuais, para o momento fletor máximo positivo das vigas de contorno, entre os procedimentos práticos recomendados pela NBR-6118 (1982) e a hipótese de que as reações das lajes são cargas distribuídas triangulares e trapezoidais com a solução do conjunto único por elementos finitos. Nestas figuras, as diferenças percentuais são positivas quando os momentos fletores das vigas, obtidos pelo processo de elementos finitos, são maiores que os demais processos de solução.

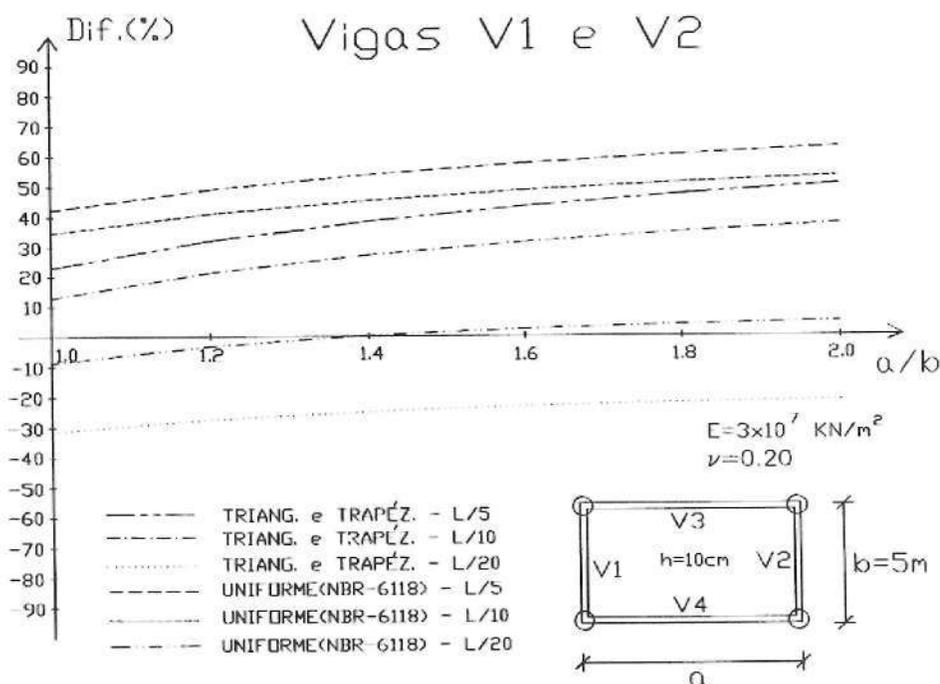


FIGURA 1 - MOMENTO FLETOR MÁXIMO POSITIVO: Diferenças percentuais entre os procedimentos práticos (NBR-6118) e as proposições das reações segundo trapézios e triângulos com o sistema único laje-vigas.

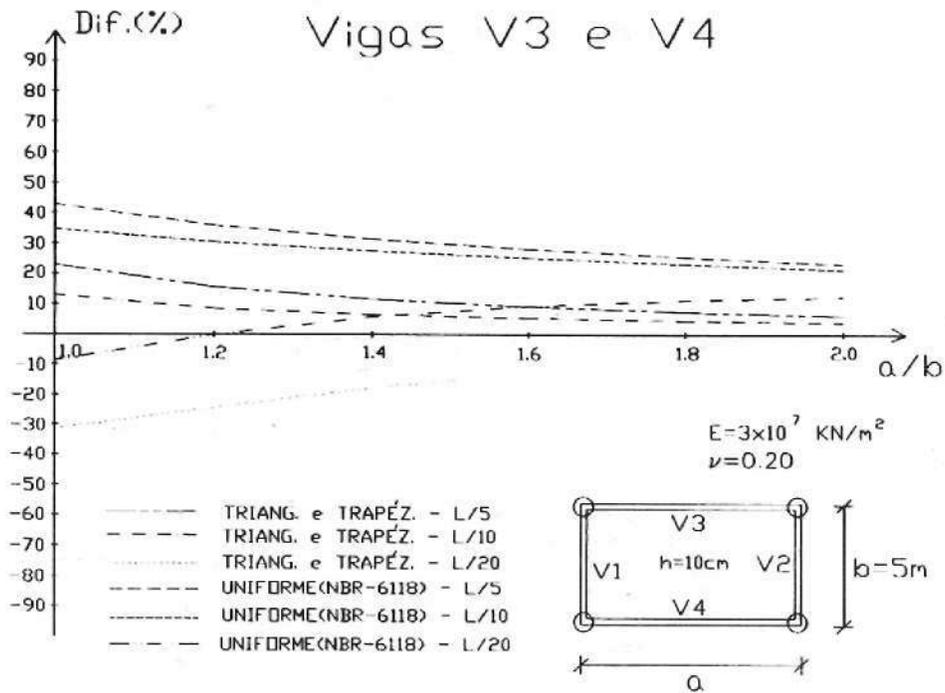


FIGURA 2 -MOMENTO FLETOR POSITIVO: Diferenças percentuais entre os procedimentos práticos (NBR-6118) e as proposições das reações segundo trapézios e triângulos com o sistema único laje-vigas.

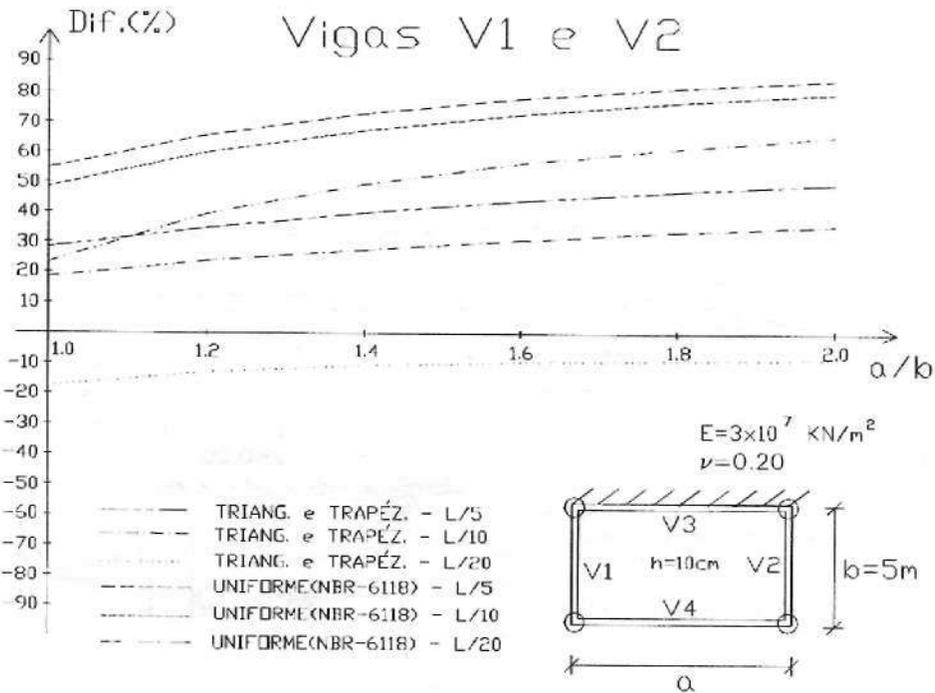


FIGURA 3 -MOMENTO FLETOR MÁXIMO POSITIVO: Diferenças percentuais entre os procedimentos práticos (NBR-6118) e as proposições das reações segundo trapézios e triângulos com o sistema único laje-vigas.

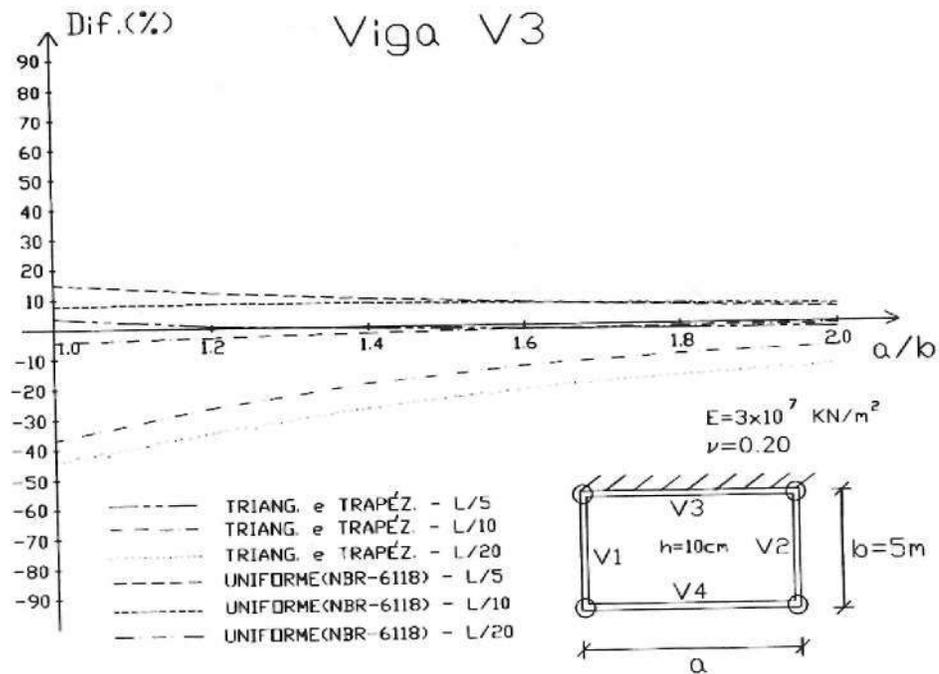


FIGURA 4 - MOMENTO FLETOR MÁXIMO POSITIVO: Diferenças percentuais entre os procedimentos práticos (NBR-6118) e as proposições das reações segundo trapézios e triângulos com o sistema único laje-vigas.

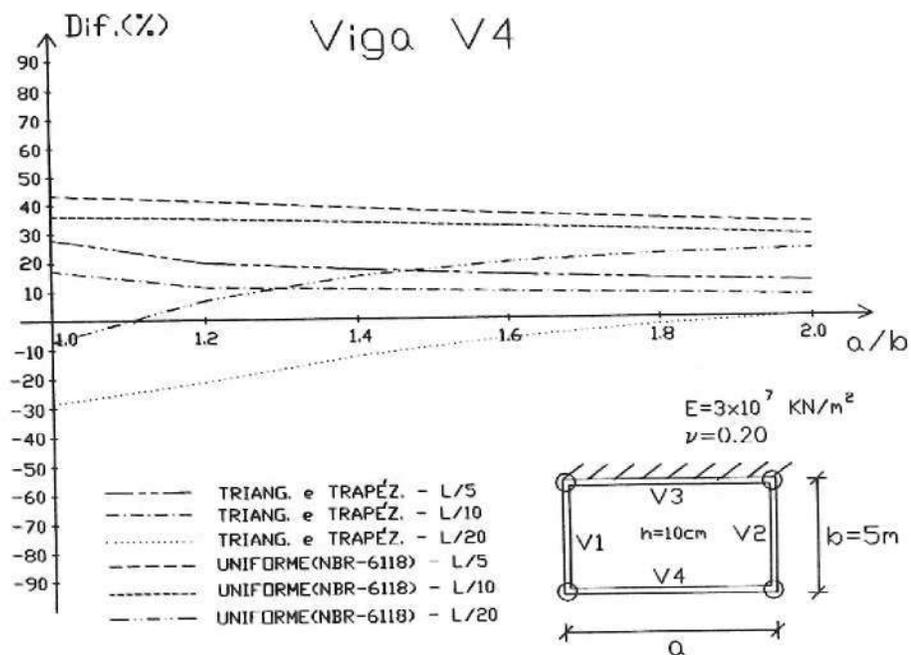


FIGURA 5 -MOMENTO FLETOR MÁXIMO POSITIVO; Diferenças percentuais entre os procedimentos práticos (NBR-6118) e as proposições das reações segundo trapézios e triângulos com o sistema único laje-vigas.

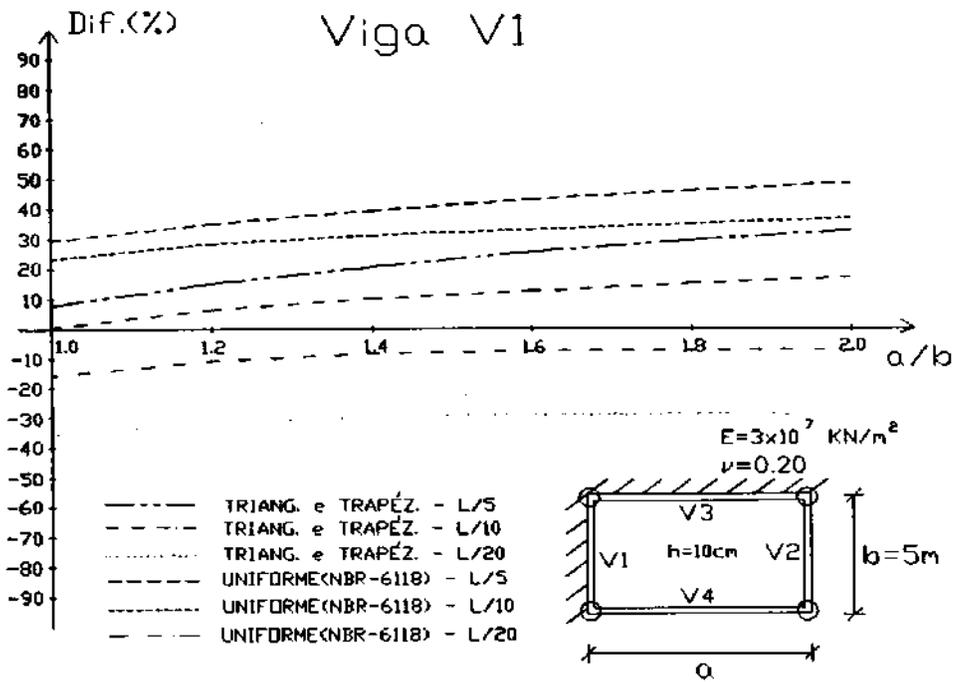


FIGURA 6 MOMENTO FLETOR MÁXIMO POSITIVO: Diferenças percentuais entre os procedimentos práticos (NBR-6118) e as proposições das reações segundo trapézios e triângulos com o sistema único laje-vigas.

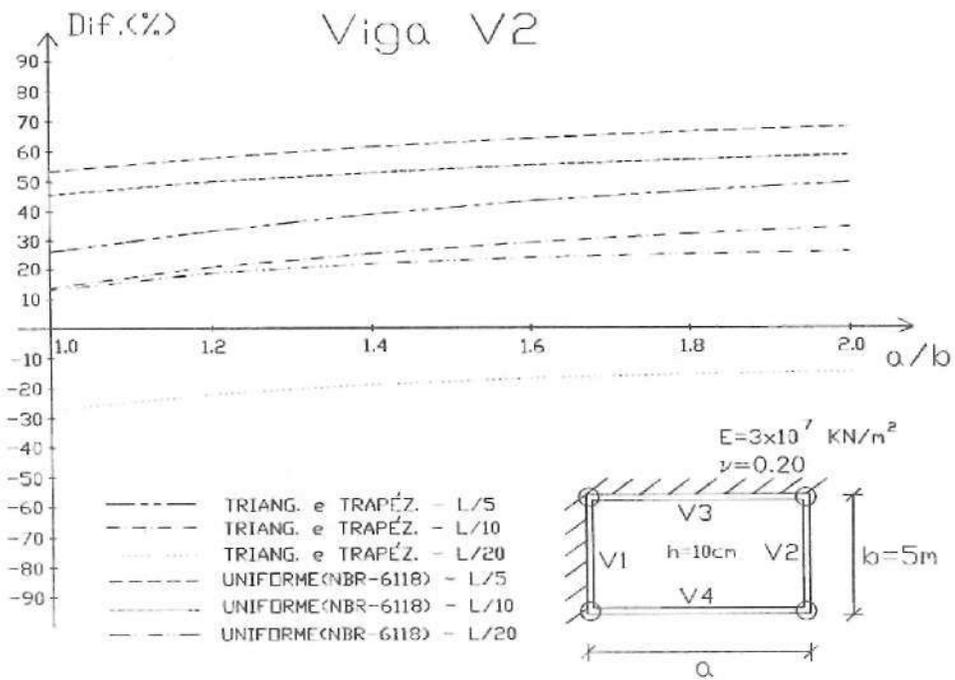


FIGURA 7 -MOMENTO FLETOR MÁXIMO POSITIVO: Diferenças percentuais entre os procedimentos práticos (NBR-6118) e as proposições das reações segundo trapézios e triângulos com o sistema único laje-vigas.

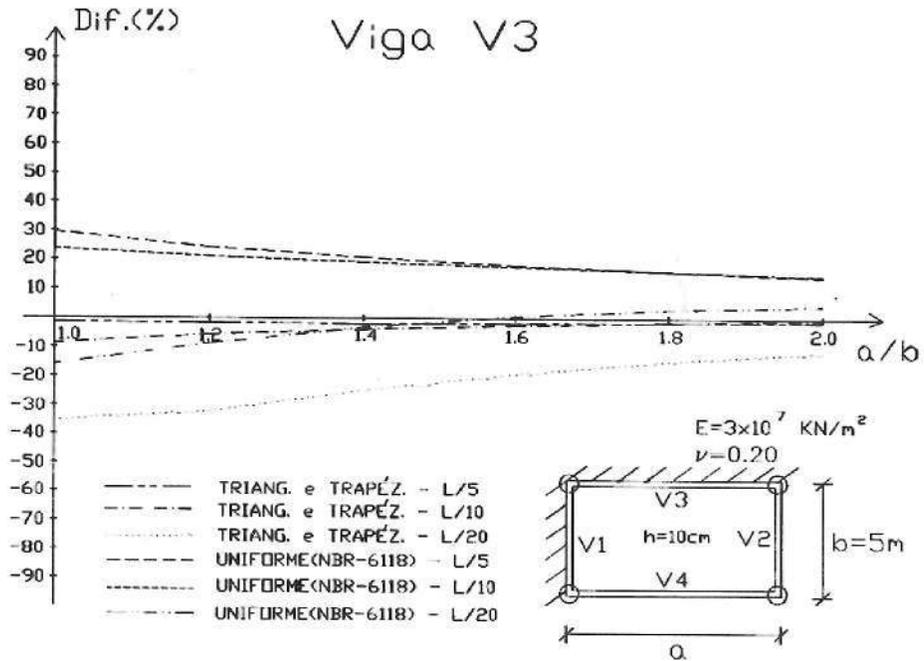


FIGURA 8 -MOMENTO FLETOR MÁXIMO POSITIVO: Diferenças percentuais entre os procedimentos práticos (NBR-6118) e as proposições das reações segundo trapézios e triângulos com o sistema único Iaje-vigas.

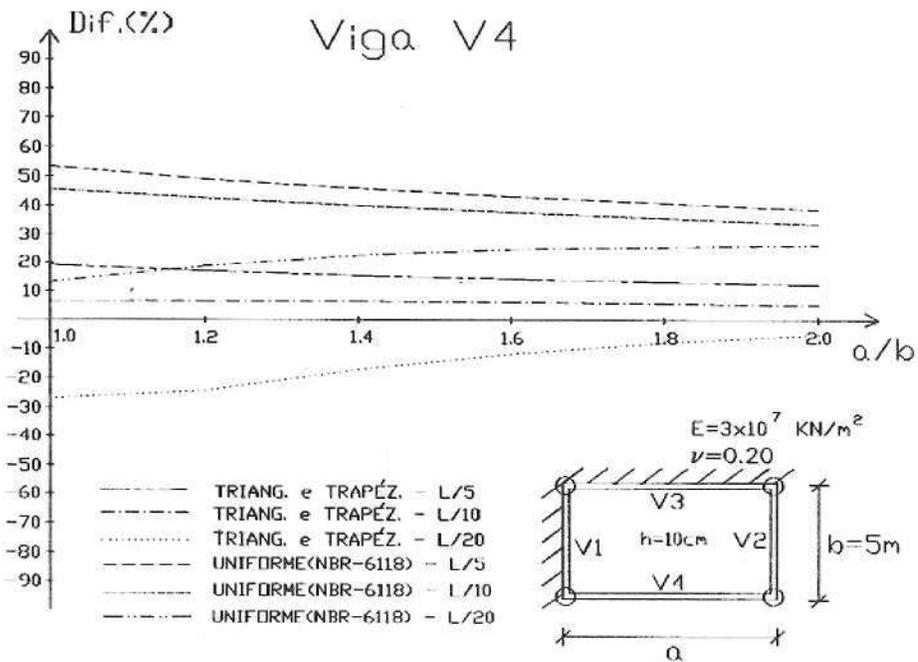


FIGURA 9 -MOMENTO FLETOR MÁXIMO POSITIVO: Diferenças percentuais entre os procedimentos práticos (NBR-6118) e as proposições das reações segundo trapézios e triângulos com o sistema único Iaje-vigas.

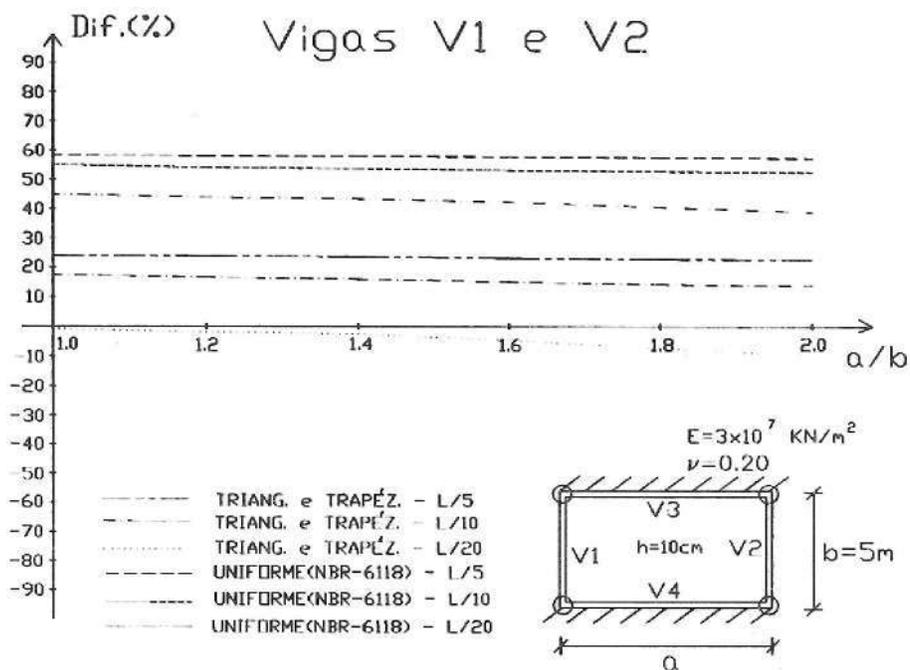


FIGURA 10 -MOMENTO FLETOR MÁXIMO POSITIVO: Diferenças percentuais entre os procedimentos práticos (NBR-6118) e as proposições das reações segundo trapézios e triângulos com o sistema único laje-vigas.

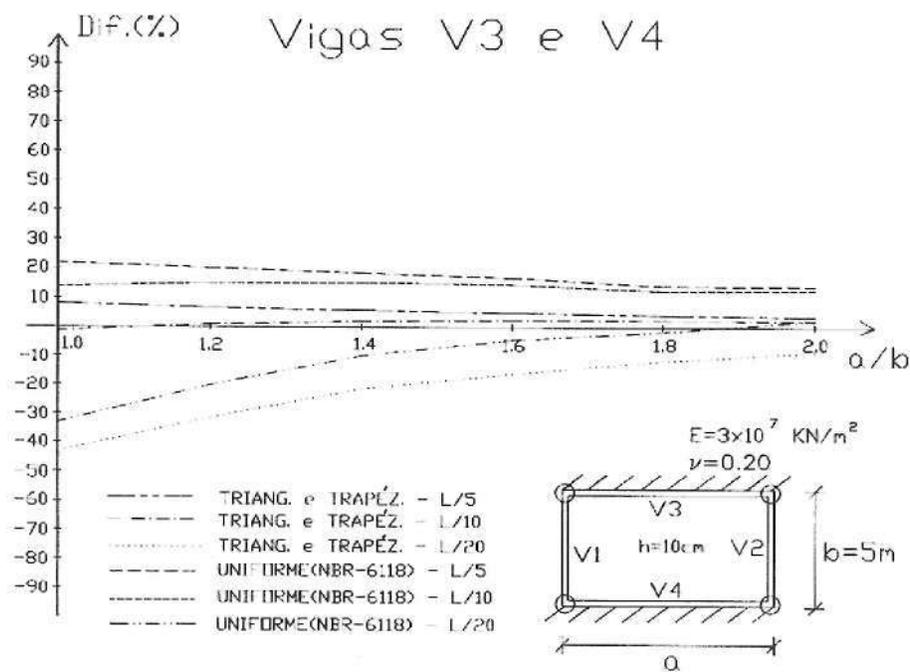


FIGURA 11 -MOMENTO FLETOR MÁXIMO POSITIVO: Diferenças percentuais entre os procedimentos práticos (NBR-6118) e as proposições das reações segundo trapézios e triângulos com o sistema único laje-vigas.

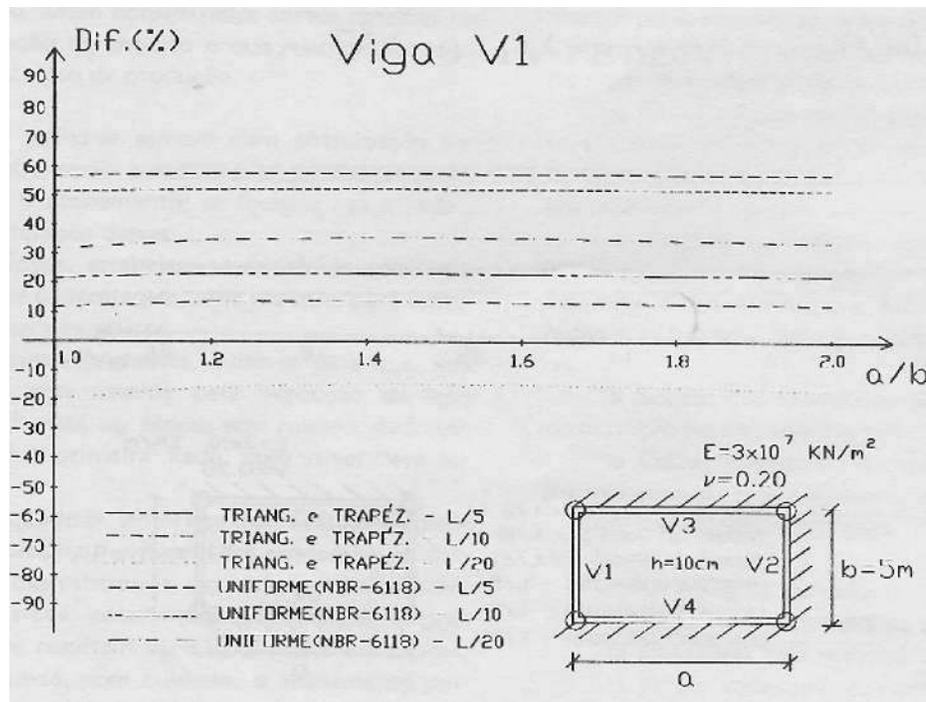


FIGURA 12 - MOMENTO FLETOR MÁXIMO POSITIVO: Diferenças percentuais entre os procedimentos práticos (NBR-6118) e as proposições das reações segundo trapézios e triângulos com o sistema único laje-vigas.

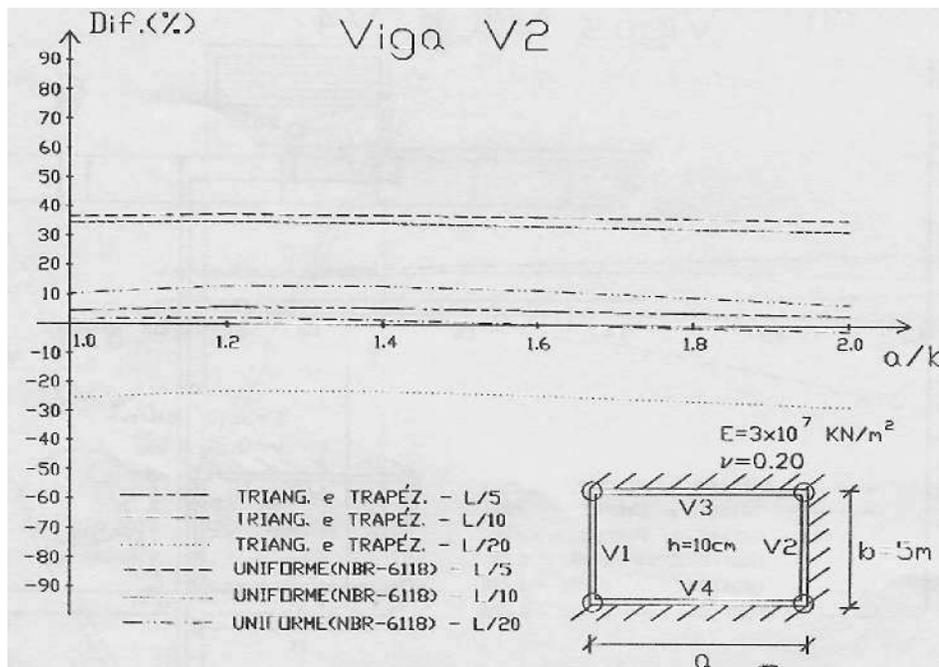


FIGURA 13 - MOMENTO FLETOR MÁXIMO POSITIVO: Diferenças percentuais entre os procedimentos práticos (NBR-6118) e as proposições das reações segundo trapézios e triângulos com o sistema único laje-vigas.

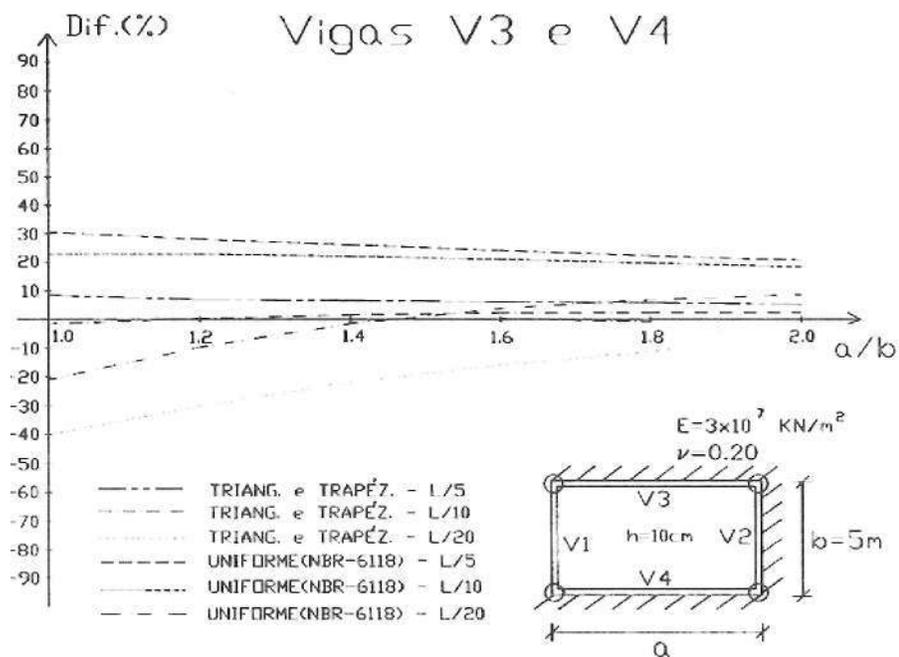


FIGURA 14 - MOMENTO FLETOR MÁXIMO POSITIVO: Diferenças percentuais entre os procedimentos práticos (NBR-6118) e as proposições das reações segundo trapézios e triângulos com o sistema único laje-vigas,

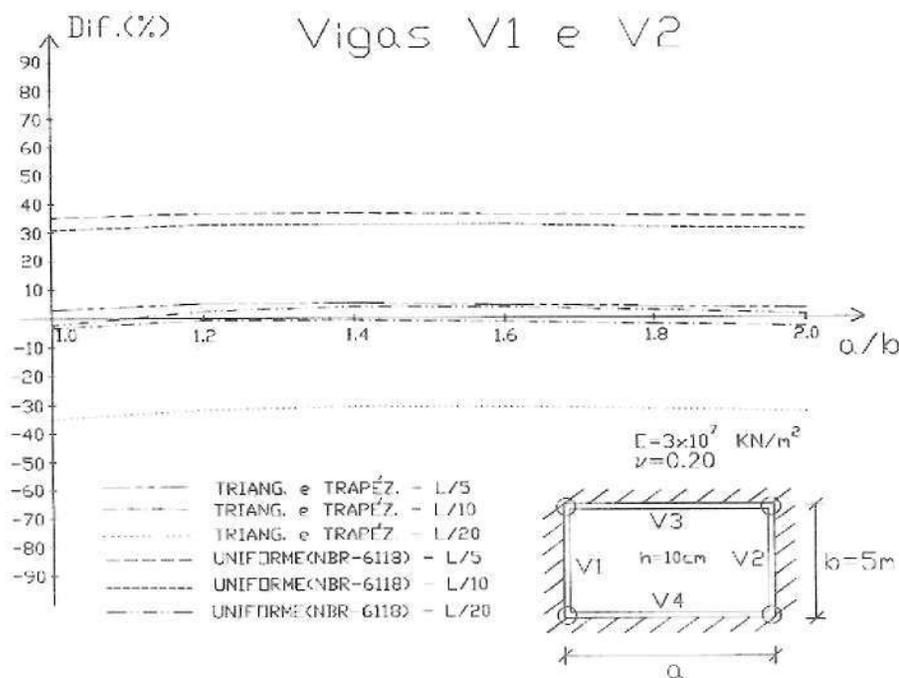


FIGURA 15 - MOMENTO FLETOR MÁXIMO POSITIVO: Diferenças percentuais entre os procedimentos práticos (NBR-6118) e as proposições das reações segundo trapézios e triângulos com o sistema único laje-vigas.

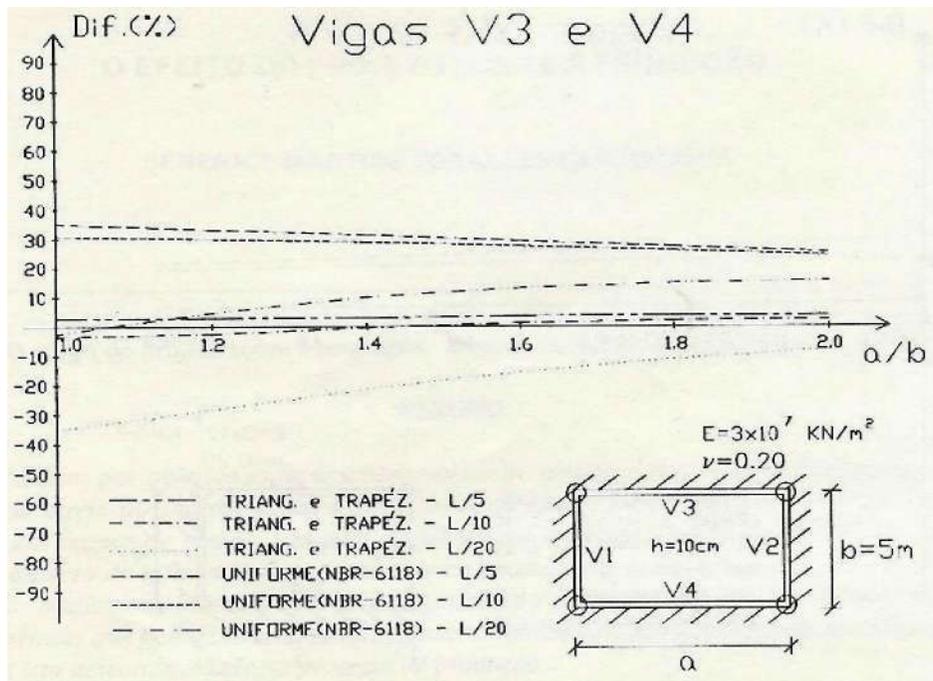


FIGURA 16 - MOMENTO FLETOR MÁXIMO POSITIVO: Diferenças percentuais entre os procedimentos práticos (NBR-6118) e as proposições das reações segundo trapézios e triângulos com o sistema único laje-vigas.

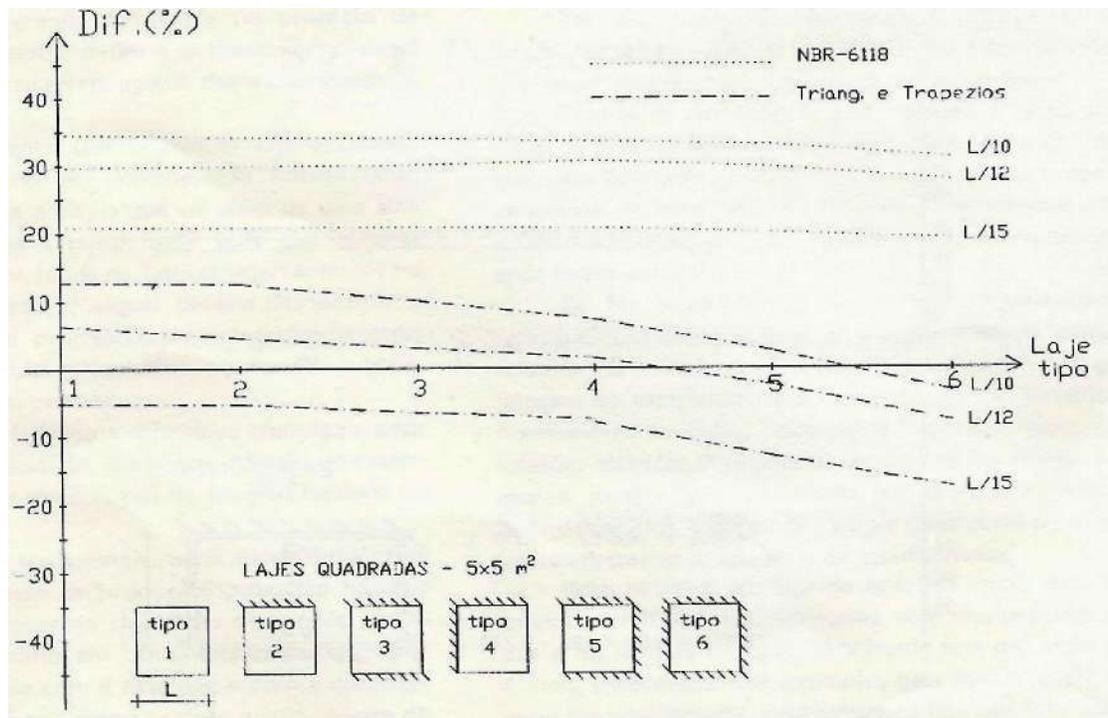


FIGURA 17 - MOMENTO FLETOR MÁXIMO POSITIVO DAS VIGAS DE CONTOURO: Diferenças percentuais entre os procedimentos práticos da (NBR-6118) e as proposições das reações segundo trapézios e triângulos com o sistema único laje-vigas (elem. finitos).

4 -CONCLUSÃO

A partir das comparações efetuadas nos momentos fletores positivos das vigas, conforme figuras de 1 a 17, pode-se chegar às seguintes conclusões:

— as flexibilidades das vigas de contorno tem importância fundamental na obtenção dos esforços, onde a diferença percentual pode chegar a 80%;

— utilizando as sugestões da Norma NBR-6118 (1982) quando a altura da viga for L/10, os momentos fletores são em média 40% menores que a solução por elementos finitos. Já, utilizando as reações das lajes segundo cargas distribuídas trapezoidais, os esforços são em média 10% menores que por elementos finitos;

— Na figura 17, onde as alturas das vigas são de L/10,

L/12 e L/15, percebe-se que a sugestão deste trabalho é a que melhor se aproxima da solução por elementos finitos, Quando a altura é de L/12, as diferenças percentuais são próximas de zero.

— portanto, se possível, recomenda-se o cálculo dos esforços e deslocamentos nos pavimentos através de programas que processem toda ou parte da estrutura, mas, que levem em conta as flexibilidades dos elementos, tanto à flexão quanto à torção, mesmo no estado fissurado;

— se a opção no cálculo das lajes for pelos procedimentos usuais, e ainda, se a relação entre a flexibilidade das vigas e das lajes for a comumente utilizada, recomenda-se que as reações das lajes sobre as vigas de contorno sejam tomadas na forma de cargas distribuídas triangulares ou trapezoidais de acordo com os quinhões de carga das lajes, obtidos segundo ângulos de 45°, 55° e 90°,

CARBONARI, G.; SOUZA, M. de. Reactions of rectangular slabs - an alteration proposal of the code NBR-6118. *Semina*, v. 12, n. 4, p.236-247, Dec. 1991.

ABSTRACT

According to the Brazilian Code NBR-6118 the support reactions of slabs on beams can be considered as uniformly distributed, independently of the beams flexibility. However, this distribution is not uniform and such approximation can cause significative differences in the stresses of the beams. In this work we present a different way of distributing the reactions, having the results obtained through this conception, together with the Code, compared with the structure solution as a unique set "slab-beam " using a program in finite elements as a tool.

KEY-WORDS: *Slabs, Rectangular, Reaction, Beams, Boundary,*

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS: NBR-6118. *Procedimentos para Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado*, 1982.
- 2 – BARES, Richard. *Tables for the Analysis of Plates, Slabs and Diaphragms Based on the Elastic Theory*. Bauverlag GmbH., Wiesbaden und Berlin – MacDonald, and 3rd Edition, 1979.
- 3 – MAZZILLI, Antonio Rubens Portugal. *Influência da Flexibilidade das Vigas de Apoio no Cálculo de Estruturas de Edifícios*.
Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Engenharia, 1988.
- 4 – MONTOYA, P.J. et alli. *Hormigon Armado*. Editorial Gustavo Gilli S.A., Barcelona, 10 ed., 1979.
- 5 – TIMOSHENKO, S. & KRIEGER, S.W. *Theory of Plates and Shells*, London, McGraw-Hill Book Company, 1959.

Recebido para publicação 27/5/1992