

# ESTUDO SOBRE A EICONAL DO ESPALHAMENTO ELÁSTICO PION-PRÓTON A ALTAS ENERGIAS

ANTÔNIO BRAZ DE PÁDUA<sup>1</sup>  
JORGE DIAS DE DEUS<sup>2</sup>

PÁDUA, A.B. de; DIAS DE DEUS, J. Estudo sobre a eiconal do espalhamento elástico pion-próton a altas energias. Semina: Ci. Exatas/Tecnológicas, Londrina, v. 16, n. 4, p. 516-528, dez. 1995.

**RESUMO:** *Analisamos os espalhamentos elásticos  $\pi^{\pm} p$  a 50 GeV/c e 200 GeV/c através do formalismo do parâmetro de impacto e de forma independente de modelo teórico. Os dados experimentais de seção de choque diferencial elástica, no intervalo de momento transferido  $[0 \leq t \leq 10(\text{GeV}/c)^2]$ , foram ajustados numericamente supondo-se uma amplitude de espalhamento elástico puramente imaginária e expressa como uma soma de exponenciais em  $-t$ . A parte real da amplitude de espalhamento foi incorporada via argumentos de relações de dispersão. A partir dos ajustes, calculamos a eiconal e testamos as hipóteses da fatoração e do "geometrical scaling". Nossos resultados sugerem uma eiconal que tem os dois comportamentos juntos, ou seja: na região central, ela é aproximadamente fatorável e, na região periférica, seu comportamento é consistente com o "geometrical scaling".*

**PALAVRAS-CHAVE:** *Espalhamento Elástico, Altas Energias, Pion, Próton, Seção de Choque Diferencial Elástica, Amplitude de Espalhamento Elástico, Parâmetro de Impacto, Eiconal, Fatoração e "Geometrical Scaling".*

## 1. INTRODUÇÃO

A investigação sistemática dos processos de espalhamento hádron-hádron a altas energias, que se iniciou em meados dos anos cinquenta, teve um extraordinário avanço a partir do final da década de sessenta com a construção de grandes aceleradores no CERN (EUROPA), no FERMILAB (USA) e em SERPUKHOV (RÚSSIA).

Os resultados experimentais obtidos das colisões hádronicas realizadas nesses aceleradores revelam que a maioria das reações que ocorrem são inelásticas, com  $\sigma_{el}/\sigma_{tot}$  variando entre 15% e 25% (GIACOMELLI<sup>20</sup>; PÁDUA<sup>26</sup>).

Muito embora o espalhamento elástico ocorra com menor probabilidade num processo hádron-hádron, seus dados experimentais desempenham um papel muito importante para a compreensão de alguns aspectos básicos das interações fortes. Por exemplo, os dados experimentais de seção de choque diferencial elástica nos permite investigar, entre outras coisas, a forma e tamanho da distribuição de matéria hádronica das partículas interagentes e também, como estas grandezas se comportam com relação à variação da energia. Um outro aspecto fundamental do espalhamento elástico é que no espaço do parâmetro de impacto, a condição de unitariedade (GIACOMELLI<sup>20</sup>), inter-relaciona as seções

de choque totai, inelástica e elástica. Com isto, podemos obter algumas informações sobre a componente inelástica a partir do conhecimento dos dados experimentais do espalhamento elástico.

Em razão das dificuldades de se obter uma teoria geral para os processos hádronicos, uma parte significativa dos estudos teóricos procura descrever algumas propriedades fenomenológicas das colisões elásticas utilizando-se parametrizações de dados experimentais.

O estudo feito através da parametrizações é independente de modelo teórico. Normalmente para realizá-lo, ajustam-se numericamente os dados experimentais da seção de choque diferencial elástica, escolhendo expressões adequadas para a amplitude de espalhamento elástico em função do momento transferido, ou até mesmo, da energia. Neste trabalho, adotando a sistemática de parametrizações, apresentamos uma análise das reações  $\pi^{\pm} p$  e  $\pi p$  no espaço do parâmetro de impacto, feita a partir dos dados experimentais nas energias  $s^{1/2} = 9.78 \text{ GeV}$  ( $p_{lab} = 50 \text{ GeV}/c$ ) e  $s^{1/2} = 19.42 \text{ GeV}$  ( $p_{lab} = 200 \text{ GeV}/c$ ) e no intervalo de momento transferido:  $0 \leq t \leq 10 (\text{GeV}/c)^2$ .

Os dados experimentais de seção de choque diferencial elástica foram parametrizados supondo-se que a amplitude de espalhamento elástico é imaginária e que tem um zero na posição do 1º. mínimo ("dip"), ou seja, ela troca de sinal e permanece contínua quando

1 - Departamento de Física - CCE - Universidade Estadual de Londrina - Caixa Postal 6001, Londrina, PR, Brasil, CEP 86051-970.  
2 - Departamento de Física - Instituto Superior Técnico - Av. Rovisco Pais 1096, Lisboa Codex, Portugal.

passa por este ponto. A parte real da amplitude de espalhamento que, ao ser considerada, preenche o vazio deixado pela parte imaginária na região do 1º. mínimo, foi incluída através da Fórmula de Martin (MARTIN<sup>25</sup>). A partir dos parâmetros de ajuste e da representação do parâmetro de impacto, calculamos a eiconal e analisamos seu comportamento em função da energia e do parâmetro de impacto.

Desde a formulação do modelo eiconal de Chou-Yang em 1968 (CHOU & YANG<sup>14</sup>), vários trabalhos (CHOU<sup>12</sup>; CHOU<sup>13</sup>; FRANÇA & HAMA<sup>19</sup>; AMALDI & SCHUBERT<sup>4</sup>; FEARNLEY<sup>18</sup>; BELLANDI et al<sup>8</sup>; PÁDUA<sup>26</sup>, etc.) foram feitos com o objetivo de descobrir o comportamento da eiconal com relação à energia e ao parâmetro de impacto. Como se sabe, a eiconal está diretamente relacionada com o potencial de interação (PERL<sup>27</sup>; GLAUBER<sup>21</sup>) e que portanto, um conhecimento seguro sobre ela pode fornecer subsídios mais confiáveis para testar os diferentes modelos teóricos sobre interações fortes e, também, mostrar um caminho de como incorporar corretamente a dependência energética nos modelos ótico-geométricos. Esses últimos, exceto pelos problemas com relação à incorporação da energia, têm tido muito sucesso na descrição das estruturas complicadas apresentadas pelos dados experimentais de seção de choque diferencial elástica das colisões hadrônicas a altas energias.

A maioria dos estudos fenomenológicos sobre a eiconal foi realizada a partir da reação pp. Isto ocorreu porque esta reação possui as medidas mais precisas e os dados experimentais mais completos e abundantes dentre as principais reações hádron-hádron. Quanto a p $\bar{p}$ , somente após a construção do Sp $\bar{p}$ S - COLLIDER no CERN no início dos anos oitenta, é que se tornou objeto de intenso estudo. Embora os dados experimentais de p $\bar{p}$  sejam incompletos e de baixa estatística, quando comparados com pp, eles têm uma grande vantagem sobre estes, ou seja, foram obtidos a energias muito mais altas. Atualmente, chegou-se a s<sup>1/2</sup> = 1800 GeV no TEVATRON do FERMILAB.

No caso das reações méson-próton, a situação não é muito estimulante para estudos fenomenológicos a altas energias. Além da escassez de dados experimentais, as máximas energias para as quais se têm medidas são extremamente baixas quando comparadas com pp e p $\bar{p}$ , ou seja, para Káon-Próton e Pion-Próton existem dados experimentais até s<sup>1/2</sup><sub>max</sub> ~ 20 GeV, enquanto que no caso de pp, s<sup>1/2</sup><sub>max</sub> ~ 60 GeV e de p $\bar{p}$ , s<sup>1/2</sup><sub>max</sub> ~ 2000 GeV.

Em razão dessa limitação de energia, nas reações méson-próton existem poucos trabalhos dedicados ao cálculo da eiconal e funções correlatas para essas interações. No caso de Káon-Próton, destacamos um

trabalho nosso (COVOLAN et al<sup>15</sup>), em que fizemos uma extensa análise na representação do parâmetro de impacto e de forma independente de modelo. Quanto ao caso do Pion-Próton, desconhecemos a existência de algum estudo que permita uma comparação direta e mais completa com os resultados existentes de pp, p $\bar{p}$ , K<sup>+</sup>p e K<sup>-</sup>p.

Desta forma, propomos, neste trabalho, fazer uma investigação mais cuidadosa das reações  $\pi^+p$  e  $\pi^-p$  utilizando-se o formalismo do parâmetro de impacto e comparar os resultados obtidos com aqueles das reações acima mencionadas.

## 2. DISCUSSÃO TEÓRICA

A seção de choque diferencial elástica está ligada à amplitude de espalhamento elástico através da relação

$$\frac{d\sigma}{dt} = \pi |f(s,t)|^2 . \quad (1)$$

De forma geral, f(s,t) é uma função complexa, ou seja,

$$f(S,t) = \text{Re}f(s,t) + ia(s,t), \quad (2)$$

onde a(s,t) = Imf(s,t).

A altas energias, os dados experimentais do espalhamento elástico hádron-hádron revelam que este processo é, em primeira aproximação, basicamente difrativo (ALBERS & GOGGI<sup>2</sup>; KAMRAN<sup>23</sup>; CASTALDI & SANGUINETTI<sup>11</sup>) e que, portanto, pode ser descrito por uma amplitude de espalhamento puramente imaginária com Re f(s,t) = 0. Assim, podemos escrever

$$\frac{d\sigma}{dt} = \pi |a(s,t)|^2 . \quad (3)$$

O formalismo do parâmetro de impacto relaciona a amplitude de espalhamento elástico com a distribuição de matéria hadrônica das partículas interagentes através de uma Transformada de Fourier-Bessel bidimensional.

Os modelos eiconais (CHOU & YANG<sup>14</sup>; HAYOT & SUKHATME<sup>22</sup>), os quais adotam este formalismo, tem como ponto básico a análise da eiconal  $\chi(s,b)$ . No espaço do parâmetro de impacto, a eiconal está relacionada com amplitude de espalhamento elástico pela expressão

$$f(s,t) = i \int_0^{\infty} (1 - e^{i\chi(s,b)}) J_0(b\sqrt{-t}) b db . \quad (4)$$

Em geral  $\chi(s,b)$  é uma função complexa, ou seja,

$$\chi(s,b) = \chi_R(s,b) + i \Omega(s,b). \quad (5)$$

onde  $\chi_R(s,b) = \text{Re}\chi(s,b)$  e  $\Omega(s,b) = \text{Im}\chi(s,b)$ . A função  $\Omega(s,b)$  é conhecida como *opacidade*.

Substituindo-se (5) em (4) e usando-se (2) obtemos as seguintes relações

$$\text{Re}f(s,t) = \int_0^{\infty} \text{sen}\chi_R(s,b) e^{-\Omega(s,b)} J_0(b\sqrt{-t}) b db. \quad (6)$$

e

$$a(s,t) = \int_0^{\infty} [1 - \cos\chi_R(s,b) e^{-\Omega(s,b)}] J_0(b\sqrt{-t}) b db. \quad (7)$$

Se o espalhamento for puramente difrativo teremos  $\chi_R(s,b) = 0$ . Consequentemente,  $\text{Re}f(s,t) = 0$  e

$$a(s,t) = \int_0^{\infty} [1 - e^{-\Omega(s,b)}] J_0(b\sqrt{-t}) b db. \quad (8)$$

Finalmente, substituindo-se (8) em (3), obtemos a expressão usual que relaciona a seção de choque diferencial elástica à eiconal (agora igual a opacidade) através da representação do parâmetro de impacto, para colisões hádron-hádron puramente difrativas e no regime de altas energias,

$$\frac{d\sigma}{dt} = \pi \left[ \int_0^{\infty} (1 - e^{-\Omega(s,b)}) J_0(b\sqrt{-t}) b db \right]^2. \quad (9)$$

### 3. AJUSTE DOS DADOS EXPERIMENTAIS

Para a realização dos ajustes, necessitamos dos dados experimentais da seção de choque diferencial elástica  $(d\sigma/dt)$  [mb/(GeV/c)<sup>2</sup>] x  $(-t)$  [(GeV/c)<sup>2</sup>] e da razão entre a parte real e a parte imaginária da amplitude de espalhamento elástico para frente  $\rho(s,0)$  x  $s^{1/2}$  [GeV] (daqui para frente a chamaremos de  $\rho$ ).

Os conjuntos de dados mais completos para as reações  $\pi^*p$  foram obtidos nas energias  $p_{\text{lab}} = 50$  GeV/c ( $s^{1/2} = 9.78$  GeV) e  $p_{\text{lab}} = 200$  GeV/c ( $s^{1/2} = 19.42$  GeV) nos aceleradores do CERN e do FERMILAB.

Este trabalho será desenvolvido com base nestas energias, pois além de apresentarem os melhores dados existentes para as reações pion-próton, elas são aquelas que permitem fazer uma comparação mais direta com os resultados existentes para  $K^*p$ ,  $Kp$ ,  $pp$  e  $p\bar{p}$ .

Os dados experimentais de  $d\sigma/dt$  foram selecionados de forma que apresentassem medidas em inter-

valos de  $-t$  mais extensos possíveis. Nossa preocupação com isto foi a utilização de dados que exibissem as principais características da região de difração tais como: ponto ótico  $(d\sigma/dt)_{-t=0}$ , pico de difração, 1º. mínimo ("dip"), 2º. máximo ("bump") e a região de queda após o 2º. máximo. Duas particularidades foram observadas e vale a pena tecer alguns comentários sobre elas. Primeira, a reação  $\pi p$  a 50 GeV/c e embora tenha dados até  $-t \sim 8$  (GeV/c)<sup>2</sup>, não apresenta uma estrutura do tipo "dip-bump", mas mostra apenas uma quebra ("break") brusca de  $d\sigma/dt$  entre 3 e 4 (GeV/c)<sup>2</sup>, seguida de uma região com queda muito suave ("shoulder"). Segunda, os dados de  $\pi^*p$  a 200 GeV/c se estendem até  $-t \sim 3.5$  (GeV/c)<sup>2</sup> e por isto não exibem o "dip", que nas reações pion-próton é normalmente formado entre 3.8 e 4.0 (GeV/c)<sup>2</sup>. Uma vez que a existência da estrutura "dip-bump" (ou mesmo "break-shoulder") é fundamental para uma análise completa e fisicamente correta da eiconal e também, que o "dip" já se formou em  $\pi^*p$  a 50 GeV/c (consequentemente deverá existir para energias maiores), fizemos a seguinte extrapolação para esta reação a 200 GeV/c: existe um "dip" entre 3.8-4.0 (GeV/c)<sup>2</sup> e que, após o mesmo, os dados de  $d\sigma/dt$  apresentam uma inclinação semelhante a da mesma reação a 50 GeV/c.

As tabelas de dados de  $d\sigma/dt$  x  $-t$  existentes nos artigos que divulgam os resultados de experiências, geralmente não vem com o valor relativo ao ponto ótico. Assim, determinamos os pontos óticos através da seguinte expressão baseada no Teorema Ótico

$$\left. \frac{d\sigma}{dt} \right|_{-t=0} [\text{mb}/(\text{GeV}/c)^2] = 0.051(1 + \rho^2) \sigma_{\text{tot}}^2 [\text{mb}]^2. \quad (10)$$

Em nenhuma reação elástica hádron-hádron a altas energias existem dados experimentais de  $d\sigma/dt$  obtidos numa mesma experiência para toda região de difração. Geralmente se fazem medidas na região do pico de difração e na região de "dip-bump" separadamente. Assim, para cada energia há necessidade de se juntar dados de intervalos de  $-t$  diferentes. Fizemos essa união de dados tomando o cuidado de escolher somente aqueles normalizados e que se superpunham suavemente sem descontinuidade.

As tabelas 1 e 2 apresentam todas as informações sobre as grandezas  $d\sigma/dt$ ,  $\sigma_{\text{tot}}$  e  $\rho$  e, também sobre os pontos óticos calculados para as reações  $\pi p$  e  $\pi^*p$  nas energias de 50 GeV/c e 200 GeV/c (AKERLOF et al<sup>1</sup>; ASA'D et al<sup>6</sup>; AYRES et al<sup>7</sup>; FAJARDO et al<sup>17</sup>; LIPKIN et al<sup>24</sup>; RUBINSTEIN et al<sup>28</sup>).

**TABELA 1** - Informações gerais sobre os dados experimentais de  $(d\sigma/dt)_{\text{ep}}$

REAÇÃO	$p_{\text{lab}}$ (GeV/c)	$s^{1/2}$ (GeV)	REFERÊNCIAS	ACELERADOR	INTERVALO DE $-t$ (GeV/c) <sup>2</sup>	NÚMERO TOTAL DE DADOS (m)
$\pi^+p$	50	9.78	Ayres et al (1977) <sup>7</sup> Asa'd et al (1985) <sup>6</sup>	FERMILAB CERN	$0.0375 \leq -t \leq 0.8$ $0.75 \leq -t \leq 7.5$	44
$\pi^+p$	200	19.42	Akerlof et al (1976) <sup>1</sup> Rubinstein et al (1984) <sup>28</sup>	FERMILAB FERMILAB	$0.075 \leq -t \leq 1.75$ $0.95 \leq -t \leq 3.35$	74
$\pi^-p$	50	9.78	Ayres et al (1985) <sup>7</sup> Asa'd et al (1985) <sup>6</sup>	FERMILAB CERN	$0.0375 \leq -t \leq 0.75$ $0.725 \leq -t \leq 7.75$	61
$\pi^-p$	200	19.42	Akerlof et al (1976) <sup>1</sup> Rubinstein et al (1984) <sup>28</sup>	FERMILAB FERMILAB	$0.075 \leq -t \leq 2.375$ $0.95 \leq -t \leq 10.25$	81

**TABELA 2** - Dados experimentais de  $\sigma_{\text{tot}}$ ,  $\rho$  e  $(d\sigma/dt)_{-t=0}$  para as reações  $\pi^+p$  e  $\pi^-p$ .

REAÇÕES	$p_{\text{lab}}$ (GeV/c)	$s^{1/2}$ (GeV)	$\sigma_{\text{tot}}$ (mb)	$\rho = \text{Re}f(s,0)/\text{Im}f(s,0)$	$(d\sigma/dt)_{-t=0}$ [mb/(GeV/c) <sup>2</sup> ]
$\pi^+p$	50	9.78	23.10±0.18	-0.06 (estimado)	27.19±0.42
$\pi^+p$	200	19.42	23.84±0.06	0.053±0.017	28.96±0.14
$\pi^-p$	50	9.78	24.13±0.28	-0.003±0.013	29.45±0.29
$\pi^-p$	200	19.42	24.33±0.04	0.064±0.020	30.27±0.10

A parametrização dos dados de seção de choque diferencial elástica foi feita mediante as seguintes condições:

(a) amplitude de espalhamento elástico é fundamentalmente imaginária e dada por

$$a(s,t) = \sum_{i=1}^n \alpha_i e^{-\beta_i(-t)}; \quad (11)$$

(b) esta amplitude tem um zero entre  $-t = 3$  e  $4$  (GeV/c)<sup>2</sup> (antes do zero ela é positiva, após o que troca de sinal);

(c) a seção de choque diferencial elástica é dada por

$$\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{\text{ajuste}} = \pi \left[ \sum_{i=1}^n \alpha_i e^{-\beta_i(-t)} \right]^2 \quad (12)$$

(d) o ajuste foi realizado através do método computacional dos mínimos quadrados para funções arbitrárias denominado GRIDLS (BEVINGTON<sup>9</sup> - capítulo

11), onde os parâmetros  $\alpha_i$  e  $\beta_i$  são obtidos pela minimização do  $\chi^2$  dado por

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^m \left[ \frac{Y_i - Y(x_i)}{\sigma_i} \right]^2, \quad (13)$$

em que:  $m$  = número de pontos experimentais,  $\sigma_i$  = incerteza dos dados  $Y_i$  e  $Y(x_i)$  = valor da função de ajuste na abscissa  $x_i$ , correspondente a  $Y_i$ ; e finalmente,

e) os pontos da região do "dip" [ $3.0 < -t < 4.5$  (GeV/c)<sup>2</sup>], onde a seção de choque diferencial elástica é dominada pela parte real da amplitude de espalhamento, foram retirados no processo de minimização  $\chi^2$ .

A tabela 3 apresenta os parâmetros de ajuste que encontramos para as reações  $\pi^+p$  e  $\pi^-p$  nas energias de 50 GeV/c e 200 GeV/c. A última linha desta tabela dá o valor de  $\chi^2$  por grau de liberdade (gdl). [gdl = número de pontos experimentais ( $m$ ) menos o número de parâmetros de ajuste ( $2n$ )].

**TABELA 3 - Parâmetros de ajuste de  $(d\sigma/dt)_{\pi p}$  calculados através da Eq. 12.**

REAÇÃO	$\pi^+p$	$\pi^-p$	$\pi^+p$	$\pi^-p$
$p_{lab}$ (GeV/c)	50	200	50	200
$\rho$	9.78	19.42	9.78	19.42
$\alpha_1$	4.191±0.013	4.488±0.161	4.378±0.092	4.544±0.012
$\alpha_2$	1.797±0.005	1.653±0.022	1.801±0.028	1.698±0.005
$\alpha_3$	-1.269±0.005	-1.270±0.020	-1.269±0.026	-1.264±0.004
$\alpha_4$	-0.0046±0.0003	-0.0049±0.0012	-0.0030±0.0003	-0.0040±0.0002
$\beta_1$	4.384±0.015	4.670±0.134	4.579±0.088	4.837±0.016
$\beta_2$	1.521±0.002	1.519±0.008	1.532±0.012	1.514±0.002
$\beta_3$	1.470±0.002	1.469±0.009	1.464±0.015	1.465±0.002
$\beta_4$	0.363±0.015	0.386±0.048	0.365±0.026	0.420±0.016
$\chi^2/gdl$	44/36	117/66	87/53	142/79

Para uma descrição completa dos dados experimentais de  $(d\sigma/dt)$ , é necessária a inclusão da parte real da amplitude de espalhamento. Utilizando-se as relações de dispersão (MARTIN<sup>25</sup>), podemos obter a seguinte expressão aproximada para  $Ref(s,t)$  a partir da Eq. 11

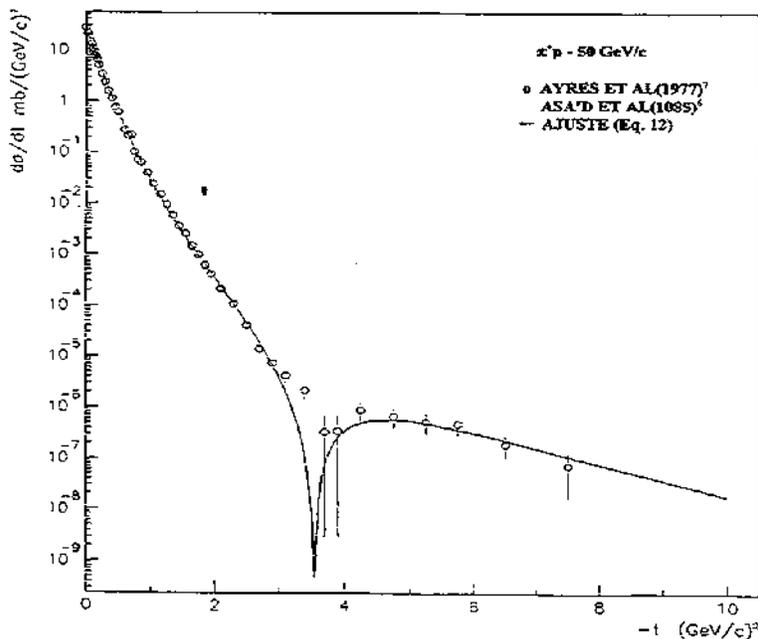
$$Ref(s,t) = \rho \sum_{i=1}^n \alpha_i [1 - \beta_i(-t)] e^{-\beta_i(-t)} \quad (14)$$

Assim, nossa proposta de parametrização para a representação completa dos dados experimentais de  $d\sigma/dt$  na região de difração é dada por

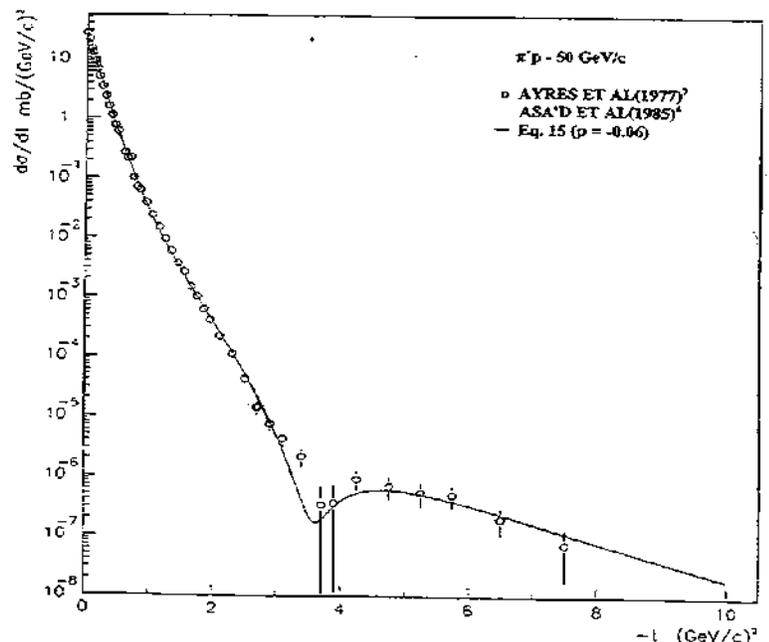
$$\frac{d\sigma}{dt} = \pi \left[ \sum_{i=1}^n \alpha_i e^{-\beta_i(-t)} \right]^2 + \pi \rho^2 \left[ \sum_{i=1}^n \alpha_i (1 - \beta_i(-t)) e^{-\beta_i(-t)} \right]^2 \quad (15)$$

Podemos observar que para  $\rho = 0$  (ou seja,  $Ref(s,t) = 0$ , a Eq. 15 se reduz à Eq. 12 de ajuste.

As figuras 1, 3, 5 e 7 mostram os resultados dos ajustes (Eq. 12 ou Eq. 15 com  $\rho = 0$ ) em comparação com os dados experimentais de  $\pi^+p$  - 50 GeV/c ( $\rho = -0.06$ ),  $\pi^+p$  - 200 GeV/c ( $\rho = 0.053$ ),  $\pi^-p$  - 50 GeV/c ( $\rho = -0.016$ ) e  $\pi^-p$  - 200 GeV/c ( $\rho = -0.064$ ) respectivamente.



**Figura 1 - Dados experimentais de seção de choque diferencial elástica de  $\pi^+p$  a  $p_{lab} = 50$  GeV/c e curva de ajuste pela Eq. 12**



**Figura 2 - Dados experimentais de seção de choque diferencial elástica de  $\pi^+p$  a  $p_{lab} = 50$  GeV/c e curva calculada através da Eq. 15 com  $\rho = -0.06$**

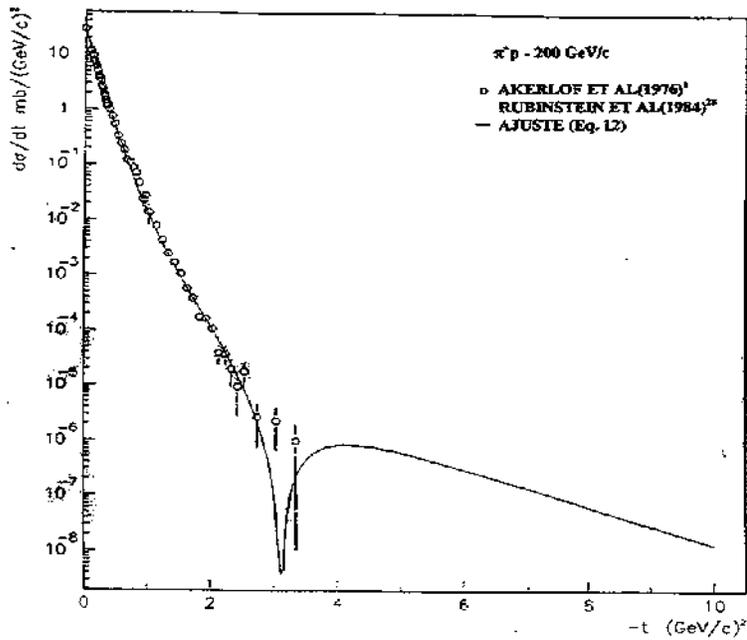


Figura 3 - Dados experimentais de seção de choque diferencial elástica de  $\pi^+p$  a  $p_{lab} = 200$  GeV/c e curva de ajuste pela Eq. 12

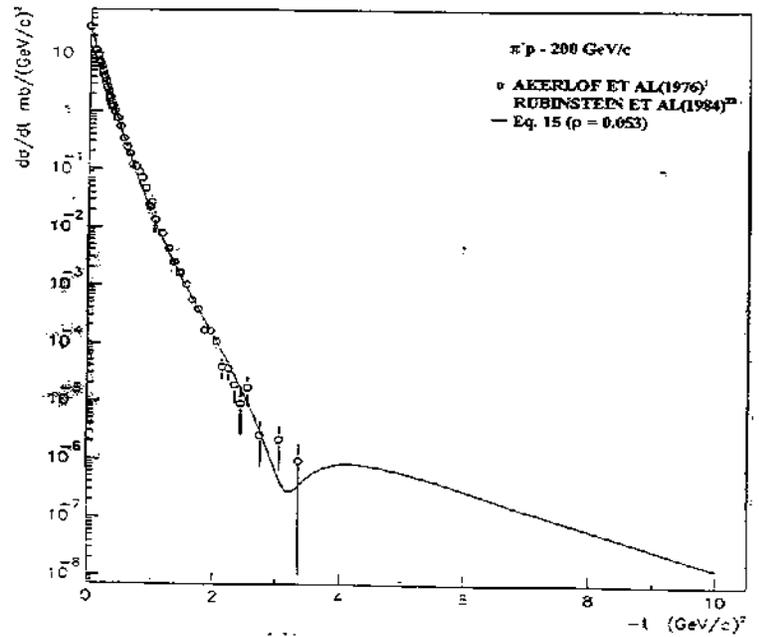


Figura 4 - Dados experimentais de seção de choque diferencial elástica de  $\pi^+p$  a  $p_{lab} = 200$  GeV/c e curva calculada através da Eq. 15 com  $\rho = 0.053$

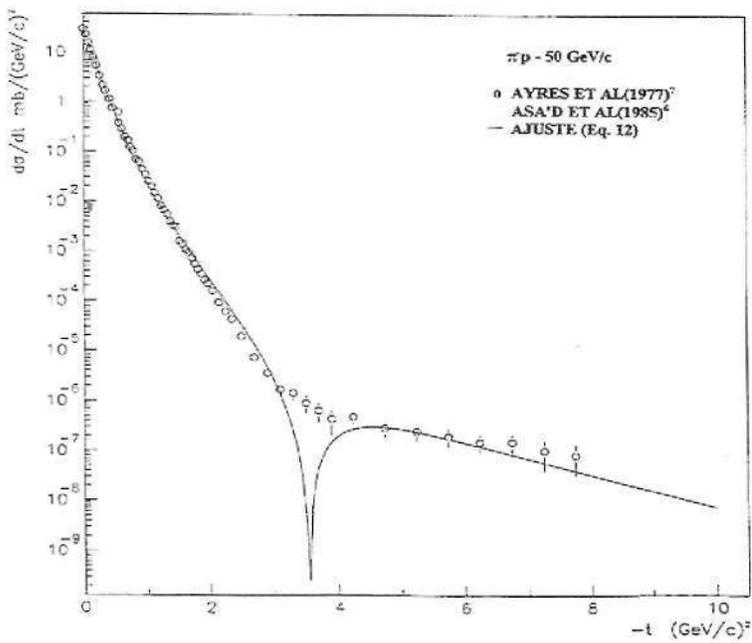


Figura 5 - Dados experimentais de seção de choque diferencial elástica de  $\pi^+p$  a  $p_{lab} = 50$  GeV/c e curva de ajuste pela Eq. 12

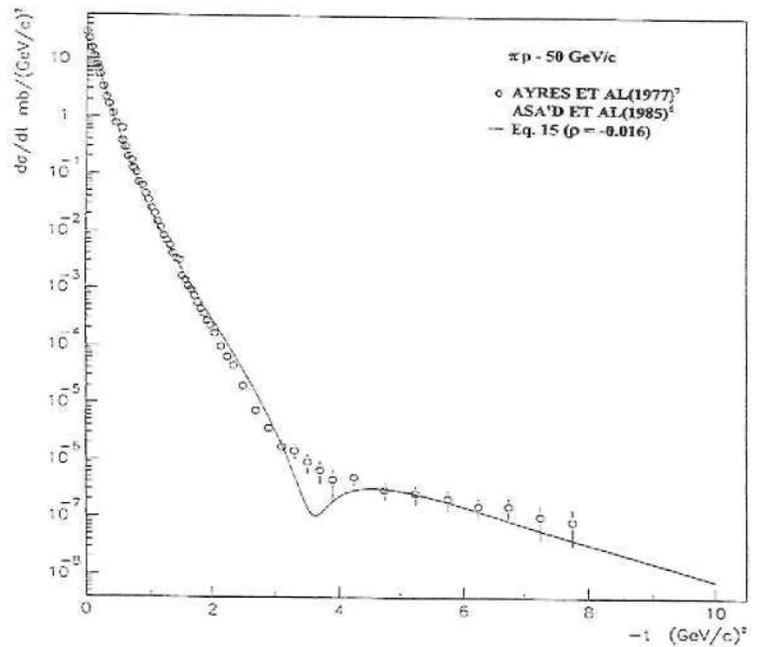


Figura 6 - Dados experimentais de seção de choque diferencial elástica de  $\pi^+p$  a  $p_{lab} = 50$  GeV/c e curva calculada através da Eq. 15 com  $\rho = -0.016$

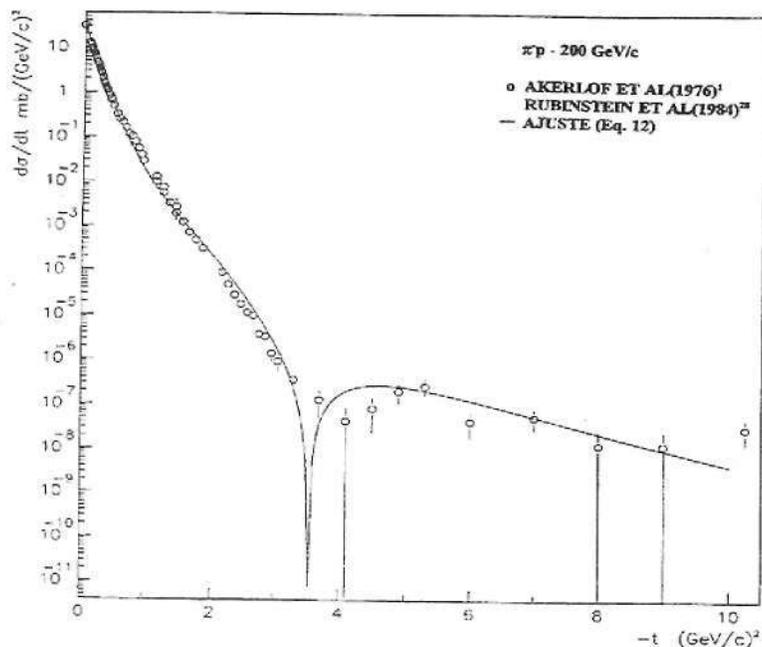


Figura 7 - Dados experimentais de seção de choque diferencial elástica de  $\pi p$  a  $p_{lab} = 200$  GeV/c e curva de ajuste pela Eq. 12

De modo geral, nossa proposta de parametrização resultou numa boa descrição dos dados experimentais; apenas no caso de  $p\bar{p}$  ocorreram alguns problemas, que no entanto, não são significativos na análise da eiconal. Para esta reação a  $p_{lab} = 50$  GeV/c, mesmo considerando o máximo valor de  $p$  (valor da grandeza + erro experimental), não foi possível descrever com precisão a região de pontos em torno de  $-t = 3.5$  (GeV/c)<sup>2</sup>. Primeiramente, por que em  $p\bar{p}$  o "dip" ainda não se formou a esta energia. Existe apenas uma mudança brusca de inclinação e, conseqüentemente, deve estar presente algum outro efeito físico que não pode ser descrito pela Eq. 15. Esta expressão obtida como base nos argumentos de Martin (MARTIN<sup>25</sup>) é aproximada, mesmo para energias mais altas e para outras reações. Em segundo lugar, o valor de  $p$  é muito pequeno para que a parte real da amplitude de espalhamento possa preencher todo o vazio (Fig. 5) deixado pela parte imaginária. Acreditamos que necessitamos generalizar o "geometrical scaling" existente no segundo termo do segundo membro da Eq. 15. A  $p_{lab} = 200$  GeV/c a situação é um pouco pior. O ajuste não descreveu bem a região em  $-t = 2.5$  (GeV/c)<sup>2</sup> e encontrou um "dip" um pouco antes daquele simulado pelos dados. Aqui, além da limitação da Eq. 15, acreditamos que o que mais contribuiu para gerar esses problemas foi o comportamento dos dados experimentais acima de  $-t = 3.5$  (GeV/c)<sup>2</sup>. Existem dados com grandes erros, alguns com até 100% de incerteza e com uma distribuição de pontos bastante irregular.

Vale a pena ressaltar que os dados experimentais de  $d\sigma/dt$  para as reações méson-próton são bem mais difíceis de se ajustarem através da Eq. 12 que os dados das reações núcleon-próton. Entendemos que os principais motivos para isto são: (1) as reações núcleon-próton (particularmente  $pp$  e  $p\bar{p}$ ) apresentam medidas de  $d\sigma/dt$  mais completas, precisas, com distribuições de pontos mais regulares e a energias mais altas que as reações méson-próton; (2) do ponto ótico até o "dip", a seção de choque diferencial elástica de méson-próton, apresenta também um comportamento mais sinuoso que

esta e, (3) em função do méson ser menor que o núcleon, a seção de choque diferencial elástica de méson-próton exibe um "dip" bem mais a frente [em  $-t \sim 4.0$  (GeV/c)<sup>2</sup>] do que no caso de núcleon-próton [em  $-t \sim 1.5$  (GeV/c)<sup>2</sup>].

O motivo (1) implica em sérias dificuldades de cálculo numérico para minimizar o  $\chi^2$  e encontrar um ajuste ideal. Os motivos (2) e (3) exigem que a Eq. 12 tenha pelo menos mais uma exponencial para as reações méson-próton ( $n = 4$ , ou seja, 8 parâmetros livres) do que as reações núcleon-próton (para estas bastam apenas 3 exponenciais, ou seja, 6 parâmetros livres). Assim, quanto mais parâmetros livres existirem, maiores serão as dificuldades para determiná-los, e conseqüentemente, haverá um maior comprometimento da qualidade da parametrização.

#### 4. CÁLCULO DA EICONAL

Substituindo-se (11) e (14) em (6) e (7) respectivamente e tomando-se a transformada de Fourier-Bessel inversa temos

$$\text{sen } \chi_R(s,b) e^{-\Omega(s,b)} = p \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{2\beta_i} \left( \frac{b^2}{4\beta_i} \right) e^{-\frac{b^2}{4\beta_i}} \quad (16)$$

$$\text{cos } \chi_R(s,b) e^{-\Omega(s,b)} = 1 - \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{2\beta_i} e^{-\frac{b^2}{4\beta_i}} \quad (17)$$

Destas duas expressões podemos obter

$$\Omega(s,b) = \Omega_0(s,b) - 1/2 \ln[1 + \text{tg}^2 \chi_R(s,b)], \quad (18)$$

onde

$$\Omega_0(s,b) = -\ln \left[ 1 - \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{2\beta_i} e^{-\frac{b^2}{4\beta_i}} \right] \quad (19)$$

$$\text{tg} \chi_R(s,b) = \frac{p \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{2\beta_i} \left( \frac{b^2}{4\beta_i} \right) e^{-\frac{b^2}{4\beta_i}}}{1 - \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{2\beta_i} e^{-\frac{b^2}{4\beta_i}}} \quad (20)$$

A análise das expressões (18), (19) e (20), usando os valores de  $\rho$  (Tabela 2) e dos parâmetros de ajuste  $\alpha_1$  e  $\beta_1$  (Tabela 3), revelou que: (1) A parte real da eiconal,  $\chi_{R}(s,b)$ , é nula em  $b = 0$ , e cresce, atingindo um máximo de  $\sim 0.02$  entre  $b = 0.5$  e  $0.6$  fm e depois decresce a valores da ordem de  $5 \times 10^{-4}$  em  $b = 2$  fm; (2) No intervalo de 0 a 2 fm, em geral  $\Omega(s,b) \gg \chi_{R}(s,b)$ . Em relação aos valores de  $\Omega(s,b)$ , os valores de  $\chi_{R}(s,b)$  correspondem 0% em  $b = 0$ ,  $\sim 4\%$  em  $b \sim 0.5$  fm,  $\sim 10\%$  em  $b \sim 1.0$  fm,  $\sim 20\%$  em  $b \sim 1.5$  fm e  $\sim 35\%$  em  $b = 2$  fm e, (3) o 2º. termo do 2º. membro da Eq. 18 é muito pequeno, só altera os valores de  $\Omega_0(s,b)$  a partir do 4º. algarismo significativo.

Assim, em função das observações (1), (2) e (3), e de que os raios do pion e do próton são da ordem de 0.5 fm e 1.0 fm respectivamente (o que nos leva a acreditar

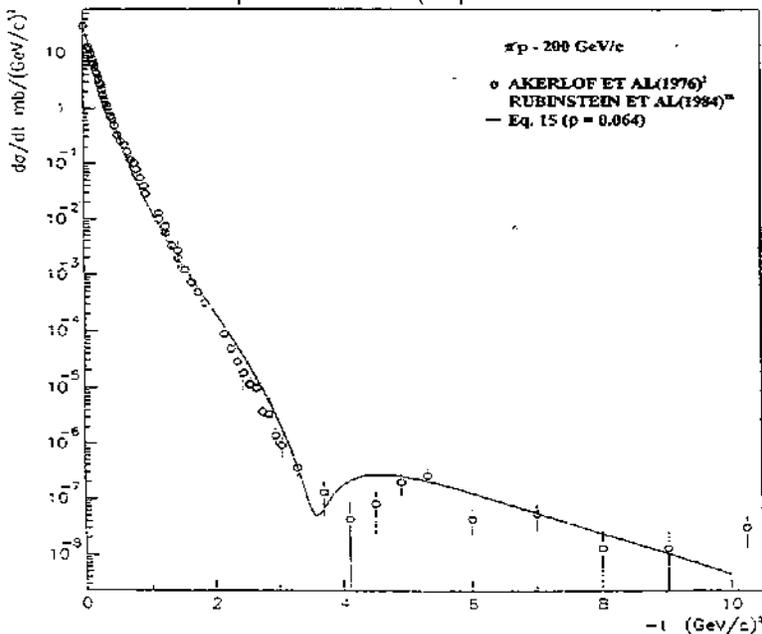


Figura 8 - Dados experimentais de seção de choque diferencial elástica de  $\pi p$  a  $p_{lab} = 200$  GeV/c e a curva calculada através da Eq. 15 com  $\rho = 0.064$

A tabela 4 mostra os mesmos resultados para alguns valores característicos de  $b$ .

TABELA 4 - Eiconal calculada através da Eq. 19 para alguns valores característicos do parâmetro de impacto  $b$ .

REAÇÃO	$p_{lab}$ (GeV/c)	$s^{1/2}$ (GeV)	$\Omega_0(s, b)$ $b = 0$ fm $b^2=0(\text{GeV/c})^2$	$\Omega_0(s, b)$ $b = 0.5$ fm $b^2=6.42(\text{GeV/c})^2$	$\Omega_0(s, b)$ $b = 1.0$ fm $b^2=25.68(\text{GeV/c})^2$	$\Omega_0(s, b)$ $b = 1.5$ fm $b^2=57.78(\text{GeV/c})^2$	$\Omega_0(s, b)$ $b = 2.0$ fm $b^2=102.73(\text{GeV/c})^2$
$\pi^*p$	50	9.78	$0.996 \pm 0.009$	$0.498 \pm 0.003$	$0.121 \pm 0.001$	$(0.179 \pm 0.002) \times 10^{-1}$	$(0.137 \pm 0.002) \times 10^{-2}$
$\pi^*p$	200	19.42	$0.882 \pm 0.058$	$0.486 \pm 0.023$	$0.132 \pm 0.001$	$(0.221 \pm 0.016) \times 10^{-1}$	$(0.197 \pm 0.026) \times 10^{-2}$
$\pi p$	50	9.78	$0.990 \pm 0.051$	$0.508 \pm 0.016$	$0.129 \pm 0.003$	$(0.206 \pm 0.010) \times 10^{-1}$	$(0.175 \pm 0.016) \times 10^{-2}$
$\pi p$	200	19.42	$0.902 \pm 0.008$	$0.489 \pm 0.002$	$0.136 \pm 0.001$	$(0.240 \pm 0.002) \times 10^{-1}$	$(0.233 \pm 0.003) \times 10^{-2}$

que a maioria dos efeitos de interação forte entre eles ocorre até um  $b \sim 1.5$  fm), é bastante razoável supor que o espalhamento pion-próton seja fundamentalmente difrativo onde o módulo da eiconal  $\chi(s,b)$  é em boa aproximação, igual à opacidade  $\Omega(s,b)$ , onde esta é calculada através da Eq. 19.

Daqui para frente  $\Omega(s,b)$  será chamada indistintamente de eiconal ou opacidade. A função  $\chi_{R}(s,b)$  teria apenas alguma influência na região do "dip".

As figuras 9 e 10 mostram os resultados da eiconal, calculada através da Eq. 19, em função do parâmetro de impacto, para as reações  $\pi^*p$  e  $\pi p$  respectivamente. Em ambas as figuras, a linha contínua corresponde a  $p_{lab} = 50$  GeV/c e linha tracejada a  $p_{lab} = 200$  GeV/c.

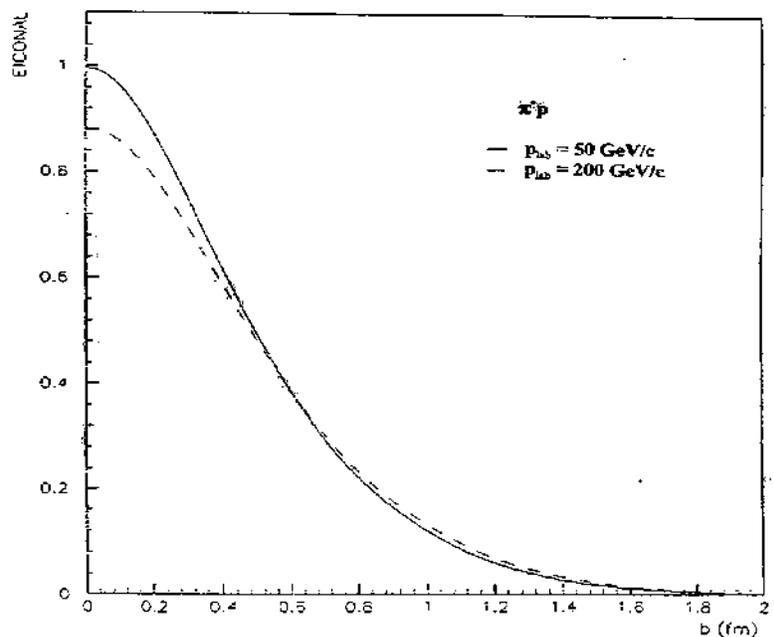


Figura 9 - Eiconal da reação  $\pi^*p$  em função do parâmetro de impacto  $b$ . A curva contínua corresponde a  $p_{lab} = 50$  GeV/c e a curva tracejada a  $p_{lab} = 200$  GeV/c

## 5. TESTES DA FATORAÇÃO E DO "GEOMETRICAL SCALING".

Para a verificação das hipóteses da fatoração e do "geométrical scaling", vamos fazer um breve esclarecimento sobre estas questões.

O modelo eiconal de Chou-Yang (CHOU & YANG<sup>14</sup>), na sua formulação original fixou a dependência em  $-t$  e supôs que, no regime de altas energias o espalhamento hadrônico elástico era puramente difrativo e independente da energia [ $s^{1/2}$ ]. Assim, a eiconal proposta pelo modelo foi da seguinte forma

$$\Omega(b) = KD(b), \quad (21)$$

onde  $D(b)$  é a convolução da densidade de matéria hadrônica e  $K$  é o coeficiente ou constante de absorção, uma constante característica de cada tipo de reação.

A não incorporação da dependência com a energia na eiconal, logo gerou problemas para o modelo de Chou-Yang, pois com a constatação experimental, em 1973, de um crescimento da seção de choque total (AMALDI et al<sup>3</sup>; AMENDOLIA et al<sup>5</sup>) com o aumento da energia, para a reação pp na região do ISR - CERN, a "constante" de absorção e conseqüentemente a eiconal deveria de algum modo depender da energia.

A primeira tentativa de implementar esta idéia foi feita por Hayot e Sukhatme em 1974 (HAYOT &

SUKHATME<sup>22</sup>), supondo-se o coeficiente de absorção variável com a energia. Assim, a eiconal foi escrita na forma fatorável

$$\Omega(s,b) = K(s)D(b) \quad (22)$$

Esta hipótese também apresentou problemas, pois como se sabe, ela não se verificou num cuidadoso estudo feito em 1980 para a reação pp na região do ISR - CERN (AMALDI & SCHUBERT<sup>4</sup>).

Se uma eiconal é fatorável segundo a expressão (22), a razão entre eiconais para duas energias diferentes  $s_1$  e  $s_2$  independe da forma da distribuição da matéria na interação, ou seja, do parâmetro de impacto  $b$ . Assim, a razão

$$\frac{\Omega(s_1,b)}{\Omega(s_2,b)} = \frac{K(s_1)}{K(s_2)} \quad (23)$$

é uma constante com relação a  $b$ .

As figuras 11 e 12 mostram os resultados dos cálculos da razão (23) para as reações  $\pi^+p$  e  $\pi^-p$  respectivamente, tomando-se  $(s_1)^{1/2} = 19.42$  GeV (ou  $p_{lab} = 200$  GeV/c) e  $(s_2)^{1/2} = 9.78$  GeV (ou  $p_{lab} = 50$  GeV/c). A figura 13 faz uma comparação dos resultados das figuras 11 e 12. Para uma melhor visualização, mostramos, nesta figura, apenas os valores das razões (na forma de linhas) sem as barras de erros.

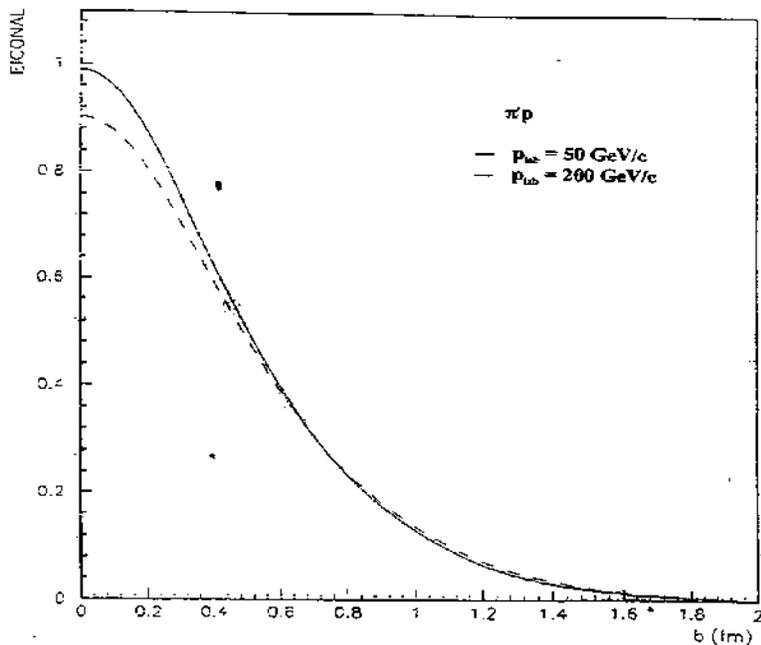


Figura 10 - Eiconal da reação  $\pi^+p$  em função do parâmetro de impacto  $b$ . A curva contínua corresponde a  $p_{lab} = 50$  GeV/c e a curva tracejada a  $p_{lab} = 200$  GeV/c

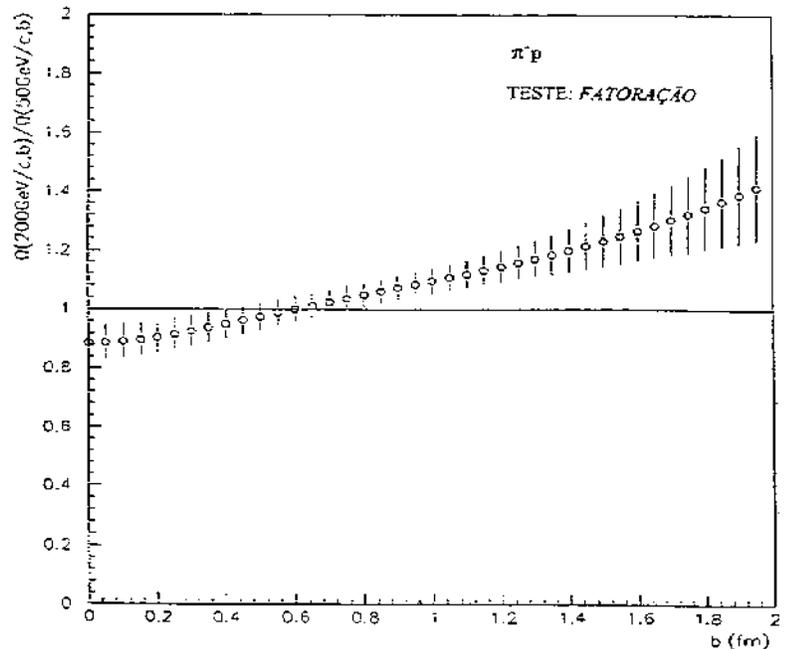


Figura 11 - Razão entre as eiconais da reação  $\pi^+p$  a  $p_{lab} = 200$  GeV/c e  $p_{lab} = 50$  GeV/c em função do parâmetro de impacto  $b$

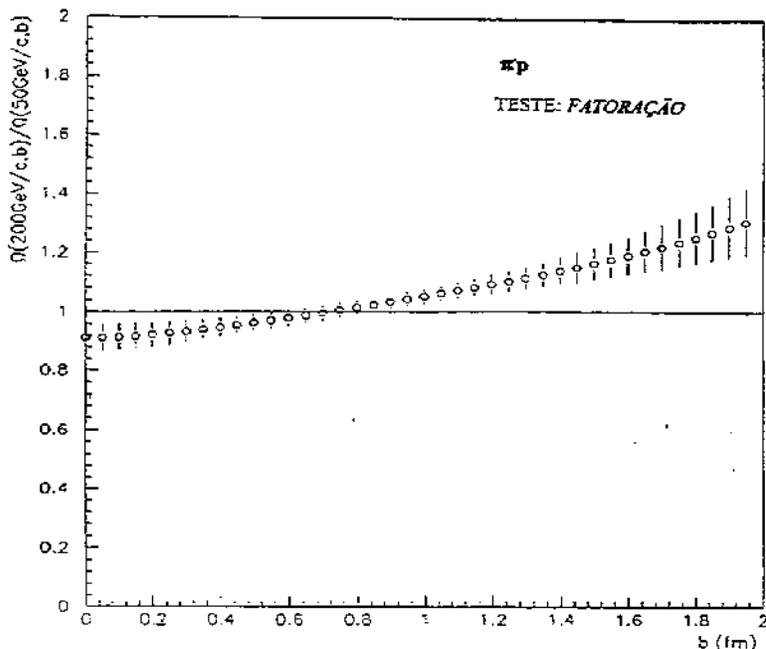


Figura 12 - Razão entre as eiconais da reação  $\pi p$  a  $p_{lab} = 200 \text{ GeV/c}$  e  $p_{lab} = 50 \text{ GeV/c}$  em função do parâmetro de impacto  $b$

Uma outra proposta alternativa para o comportamento da eiconal com relação à energia foi o "geometrical scaling", formulado por J. Dias de Deus em 1973 (DIAS DE DEUS<sup>16</sup>) e por A.J. Buras e J. Dias de Deus em 1974 (BURAS & DIAS DE DEUS<sup>10</sup>).

O "geometrical scaling" estabelece essencialmente uma invariância de escala da distribuição transversal (parâmetro de impacto) da matéria hadrônica. De forma mais precisa afirma que numa colisão hádron-hádron a altas energias, a eiconal é uma função de uma única variável de escala  $b^*$ , ou seja,

$$\begin{aligned} \Omega(s,b) &\rightarrow \Omega(b^*) \\ s &\rightarrow \infty \end{aligned} \quad (24)$$

onde  $b^* = b/R(s)$  e  $R(s)$  é o raio de interação efetiva. Toda dependência energética está contida no raio de interação e,  $s$  e  $b$  não são variáveis independentes, mas estão correlacionadas.

O "geometrical scaling" perfeito entre duas eiconais para duas energias diferentes  $s_1$  e  $s_2$ , deve ser satisfeita a seguinte condição (BELLANDI et al<sup>8</sup>; PÁDUA<sup>26</sup>)

$$\Omega(b,s_1) - \Omega(b/r,s_2) = 0 \quad (25)$$

onde

$$1 \leq r = \frac{R(s_1)}{R(s_2)} \leq \sqrt{\frac{\sigma_{tot}(s_1)}{\sigma_{tot}(s_2)}} \quad (26)$$

A figura 14 apresenta o resultado do cálculo da Eq. 25 para a reação  $\pi^*p$  com  $(s_1)^{1/2} = 19.42 \text{ GeV}$  ( $p_{lab} =$

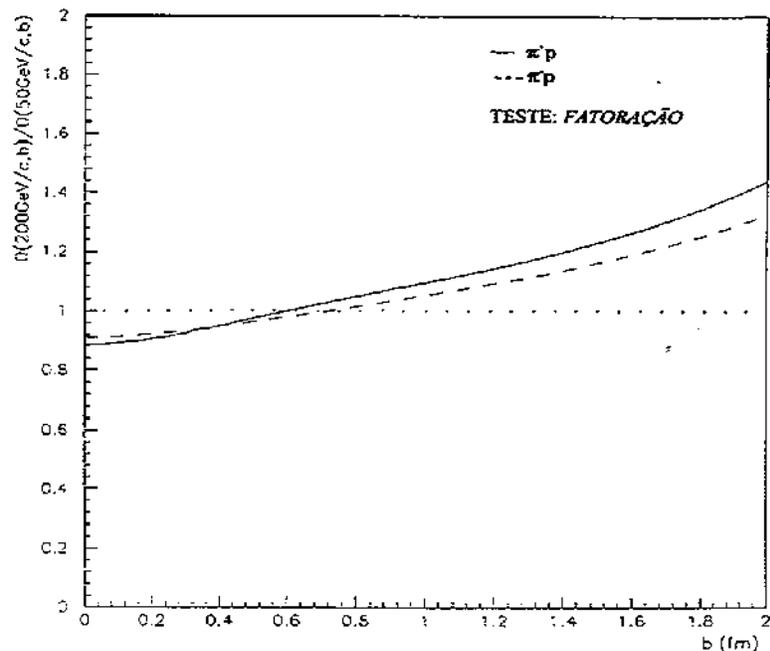


Figura 13 - Comparação entre os resultados apresentados nas figuras 11 e 12

$200 \text{ GeV/c}$ ) e  $(s_2)^{1/2} = 9.78 \text{ GeV}$  ( $p_{lab} = 50 \text{ GeV/c}$ ) e com  $r = 1.016$ . A figura 15 apresenta o mesmo para a reação  $\pi p$  apenas com  $r = 1.004$ . Estes valores de  $r$  foram calculados utilizando-se os dados de seção de choque total da Tab. 2 e tomando-se os máximos valores possíveis da Eq. 26. A figura 16 mostra uma comparação dos resultados das figuras 14 e 15. Para uma melhor visualização, mostramos, nesta figura, apenas os valores das razões (na forma de linhas) sem as barras de erros.

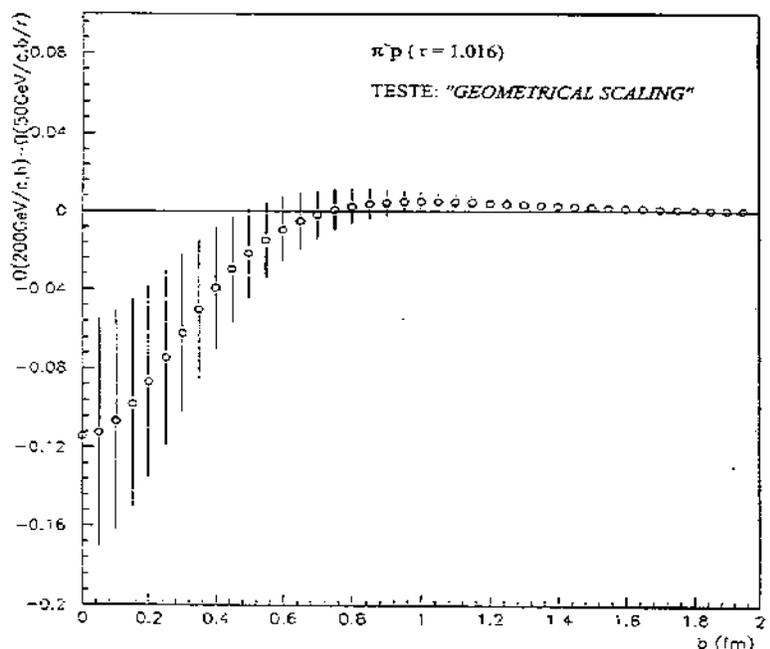


Figura 14 - Cálculo da diferença entre as eiconais da reação  $\pi^*p$  nas energias de  $200 \text{ GeV/c}$  e  $50 \text{ GeV/c}$  através da Eq. 25 com  $r = 1.016$

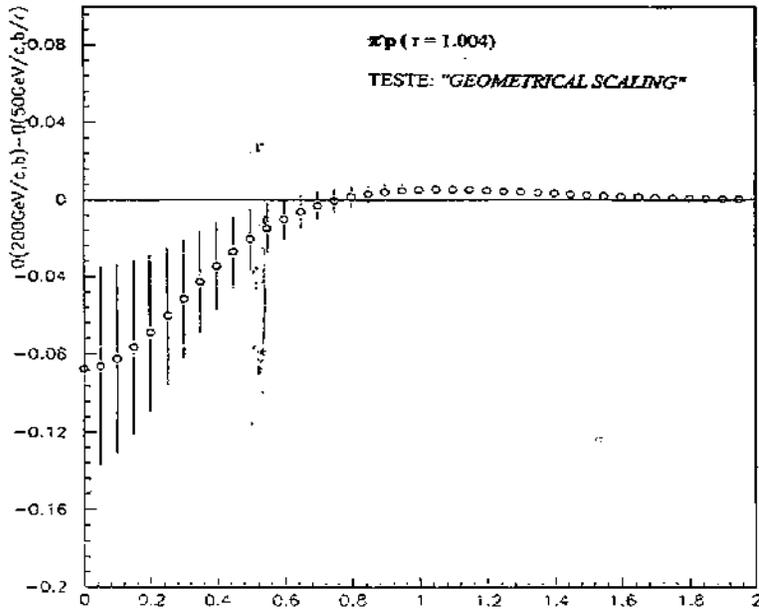


Figura 15 - Cálculo da diferença entre as eiconais da reação  $\pi^+p$  nas energias de 200 GeV/c e 50 GeV/c através da Eq. 25 com  $r = 1.004$

## 6. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS E CONCLUSÕES

As figuras 9 e 10 mostram claramente que para ambas as reações as eiconais se cruzam em  $b \sim 0.6$  fm para  $\pi^+p$  e em  $b \sim 0.7$  fm para  $\pi^-p$ , quando calculadas a  $p_{lab} = 50$  GeV/c e  $p_{lab} = 200$  GeV/c. Para as duas reações a eiconal a  $p_{lab} = 50$  GeV/c é maior que a eiconal a  $p_{lab} = 200$  GeV/c na região central e menor na periférica. A maior diferença entre eiconais se verifica em  $b = 0$ . Mesmo considerando os limites extremos dos erros em  $\Omega$ , esta diferença é significativa, o que é uma forte evidência da violação do "geometrical scaling" em  $b = 0$ .

O fato de que a eiconal para os dois tipos de colisões é maior para  $p_{lab} = 50$  GeV/c na região central e menor na região periférica do que para  $p_{lab} = 200$  GeV/c, nos leva a concluir que o aumento (embora muito pequeno) verificado em  $\sigma_{tot}$  (Tabela 2) entre estas energias é consequência basicamente de fenômenos periféricos.

É usual definir transparência de uma interação como  $1 - G_m(b=0) = \exp[-2\Omega(b=0)]$ , o que corresponde à probabilidade de não ocorrer absorção em uma colisão frontal. A transparência para as colisões pion-próton é de  $\sim 14\%$  a  $p_{lab} = 50$  GeV/c e de  $\sim 17\%$  a  $p_{lab} = 200$  GeV/c. Estes resultados mostram que as reações pion-próton são menos transparentes que as kaon-próton, uma vez que a transparência destas últimas está em torno de 20% (COVOLAN et al<sup>15</sup>).

Nossos resultados sobre fatoração e "geometrical scaling" (figuras de 11 a 16) mostram claramente que as eiconais das reações pion-próton não se fatorizam na região periférica para  $b > 0.6$  fm. Na região central, entre 0 e  $\sim 0.6$  fm, a razão entre as eiconais a  $p_{lab} = 200$

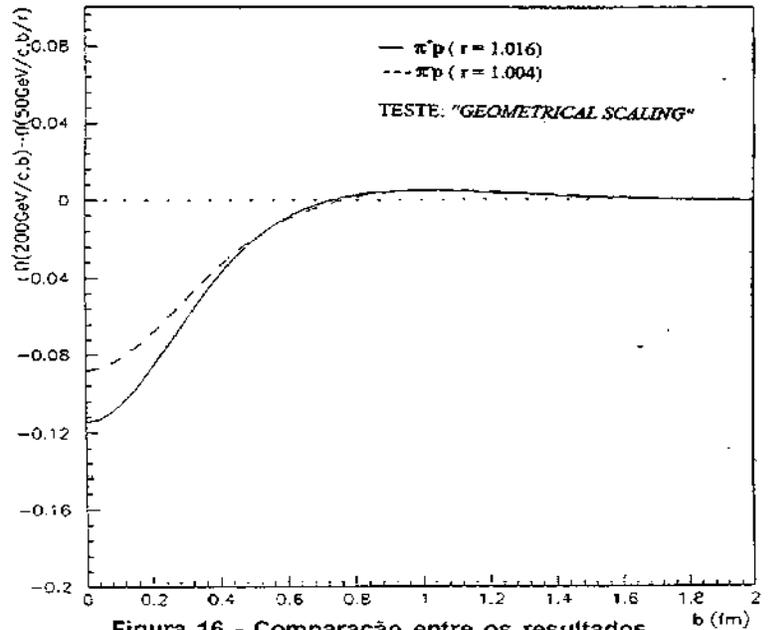


Figura 16 - Comparação entre os resultados apresentados nas figuras 14 e 15

GeV/c e  $p_{lab} = 50$  GeV/c tem uma variação muito pequena, de tal forma que, se considerarmos os limites das barras de erros, ela poderá ser admitida como praticamente constante e com valor  $\sim 0.94$  para  $\pi^+p$  e  $\sim 0.96$  para  $\pi^-p$ . No caso do "geometrical scaling" ocorre o contrário: ele se verifica com boa aproximação para  $b > 0.6$  fm, mas é violado na região central.

Estes resultados concordam, pelo menos qualitativamente com os nossos obtidos para as reações  $pp$  e  $p\bar{p}$  (PÁDUA<sup>26</sup>; BELLANDI et al<sup>6</sup>), mas discordam, por incrível que possa parecer, com os de kaon-próton (COVOLAN et al<sup>15</sup>) realizado em faixas de energias equivalentes às do presente trabalho. No caso das reações kaon-próton o "geometrical scaling" se verificou em toda região de parâmetro de impacto entre 0 e 2 fm. Cabe aqui uma observação que foi fundamental para este nosso estudo de pion-próton se tornasse mais confiável. O comportamento da eiconal na região central é muito sensível ao ajuste de  $d\sigma/dt$  na região de grandes valores de  $-t$ , daí o motivo de escolhermos somente os dados experimentais que apresentassem a estrutura de "dip-bump" (ou "break-shoulder") e realizarmos todos os ajustes (Eq. 12) com um zero em  $-t \sim 4$  (GeV/c)<sup>2</sup>. Fizemos, a título de averiguação, os ajustes de  $\pi^+p$  a  $p_{lab} = 200$  GeV/c e de  $\pi^-p$  a  $p_{lab} = 50$  GeV/c sem zeros na amplitude de espalhamento, e os resultados da eiconal se alteram significativamente, gerando até mesmo incoerências com relação ao comportamento dos dados experimentais de  $\sigma_{tot}$  em função da energia para estas reações. Assim, acreditamos que existam problemas com os testes da fatoração e do "geometrical scaling" na região central para as reações kaon-próton, uma vez que apenas  $K^+p$  a 50 GeV/c apresenta estrutura de "dip-

bump" e que isto, provoca um zero na amplitude de espalhamento. Para os demais dados de kaon-próton,  $ds/dt$  foi medida no máximo até  $-2$   $(\text{GeV}/c)^2$ , ou seja, bem antes do "dip" que com certeza deve existir. Em nosso trabalho (COVOLAN et al<sup>15</sup>) este "dip" não foi levado em conta, e nem havia forma de fazê-lo, com o tipo de ajuste adotado (o mesmo da Eq. 12) e com os dados experimentais existentes.

Em resumo, nosso presente estudo mostra que a eiconal como função da energia para as reações pion-próton, deve ter duas componentes: uma fatorável, dominante na região central, e outra consistente com o "geometrical scaling" na região periférica.

Estes resultados de comportamento da eiconal estão coerentes com os dados experimentais de  $S_{el}/S_{tot}$  e de  $S_{tot}$  com relação à energia. O decréscimo da opacidade na região central para  $p^+p$  e  $p-p$  na transição de 50  $\text{GeV}/c$  para 200  $\text{GeV}/c$  justifica a queda apresentada pelos dados experimentais de  $S_{el}/S_{tot}$  para estas reações, ou seja, neste aumento de energia, esta razão passa de  $0.144 \pm 0.012$  para  $0.130 \pm 0.012$  em  $p^+p$  e de  $0.142 \pm 0.012$  para  $0.129 \pm 0.012$  em  $p^-p$  (AKERLOF et al<sup>1</sup>). No caso de  $S_{tot}$ , embora haja, segundo nossa análise, uma diminuição da eiconal na região central, o pequeno crescimento de  $S_{tot}$  verificado nesta transição de energia (veja dados na Tabela 2) está associado, principalmente, a uma expansão pura (sem variação da opacidade) da distribuição da matéria hadrônica na região periférica onde ocorre o "geometrical scaling".

Finalmente, gostaríamos de ressaltar que com este trabalho sobre as reações  $p^+p$ , completamos nossos estudos sobre a dependência energética na eiconal para espalhamentos hádron-hádron, feitos com base em ajustes numéricos dos experimentais de  $ds/dt$ , ou seja, a partir de um método que independe de modelos teóricos.

Nossa conclusão geral sobre o assunto é a seguinte: "o problema da dependência energética da eiconal para as colisões hádron-hádron, embora não tenha mais incitado tanto interesse, ainda permanece uma questão em aberto, e nossos cálculos indicam que as hipóteses da fatoração e do "geometrical scaling" não são mutuamente excludentes como normalmente são tratadas, mas elas coexistem para uma mesma reação; apenas tem validades em regiões diferentes com relação ao parâmetro de impacto. Na região central a eiconal é aproximadamente fatorável e, na região periférica, seu comportamento é consistente com o "geometrical scaling". Assim, podemos escrevê-la como

$$\Omega(s,b) = \Omega^{\text{central}}(s,b) + \Omega^{\text{periférica}}(s,b) \quad (27)$$

onde  $\Omega^{\text{central}}(s,b) = K(s)D(b)$  e  $\Omega^{\text{periférica}}(s,b) = \Omega'(b/R(s))$ . A expressão (27) é geral, válida para  $p^+p$ ,  $\pi^+p$  e  $K^+p$ , e para todas energias acima de  $(s)^{1/2} \sim 10 \text{ GeV}$  ( $p_{\text{lab}} = 50 \text{ GeV}/c$ ), mudam-se apenas os intervalos do parâmetro de impacto da validade de cada um de seus termos do segundo membro.

PÁDUA, A.B. de; DIAS DE DEUS, J. Analysis of the eikonal in pion-proton elastic collisions at high energies.

**Semina:** Ci. Exatas/Tecnológicas, Londrina, v. 16, n. 4, p. 516-528, Dec. 1995.

**ABSTRACT:** At the  $p_{\text{lab}} = 50 \text{ GeV}/c$  and  $p_{\text{lab}} = 200 \text{ GeV}/c$ , on the range  $0 < -t < 10 (\text{GeV}/c)^2$ , we analysed the elastic scattering pion-proton on the impact parameter space in a model independent way. Firstly, we fitted the data by assuming a purely imaginary elastic amplitude and expressing it as a sum of the exponentials on the momentum transfer- $t$ . Secondly, we incorporated the real part of the amplitude by means of the dispersion relations. After that we calculated the eikonal and tested the geometrical scaling and factorizing eikonal models. Our results suggest an eikonal with a central factorizing part and a more peripheral part indicating a geometrical scaling.

**KEY-WORDS:** Elastic Scattering, High Energies, Pion, Proton, Elastic Differential Cross Section, Elastic Scattering Amplitude, Impact Parameter, Eikonal, Factorizing and Geometrical Scaling.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 - AKERLOF, C.W. et al. Hadron-proton Scattering at 50, 100 and 200  $\text{GeV}/c$  Momentum. *Phys. Rev.*, D14(11): 2864, 1976.
- 2 - ALBERI, G. & GOGGI, G. Diffraction of Subnuclear Waves. *Phys. Reports*, 741(1):1 - 207, 1981.
- 3 - AMALDI, U. et al. The energy dependence of the proton-proton total cross-section for center-of-mass energies between 23 and 53  $\text{GeV}$ . *Phys. Lett.*, 44B(1): 112, 1973.
- 4 - AMALDI, U. & SCHUBERT, K.R. Impact parameter interpretation of proton-proton scattering from a critical review of all ISR data. *Nucl. Phys.*, B166: 301-320, 1980.
- 5 - AMENDOLIA, S.R. et al. Measurement of the total proton-proton cross - section at the ISR. *Phys. Lett.*, 44B(1): 119, 1973.

- 6 - ASA'D, Z. et al. Elastic scattering of charged mesons, antiprotons and protons and at incident momenta 20, 30 and 50 GeV/c in the momentum transfer range  $0.5 \leq t \leq 8$  (GeV/c)<sup>2</sup>. *Nucl. Phys.*, B255: 273 - 327, 1985.
- 7 - AYRES, D.S. et al.  $\pi^+$ ,  $K^+$ , pp and  $\bar{p}p$  elastic scattering from 50 to 175 GeV/c. *Phys. Rev.*, D15(11): 3105, 1985.
- 8 - BELLANDI, J.F. et al. An attempt to extract semi-hard QCD effects from  $\bar{p}p$  elastic scattering data. *Z. Phys.*, C, 43: 651, 1989.
- 9 - BEVINGTON, L.A. *Data reduction and error analysis for the physical sciences*. New York: McGraw - Hill Book, 1969. p. 204-246.
- 10 - BURAS, A.J. & DIAS DE DEUS, J. Scaling law for the elastic differential cross section in pp scattering from geometrical scaling. *Nucl. Phys.*, B71 : 481-492, 1974.
- 11 - CASTALDI, R. & SANGUINETTI, G. Elastic scattering and total cross section at very high energies. *Ann. Rev. Nucl. Part Sci.*, 35: 351-395, 1985.
- 12 - CHOU, T.T. Energy dependence of opaqueness of pp collisions at high energies. *Found. Phys.*, 8(5,6): 319, 1978.
- 13 - CHOU, T.T. Impact parameter analysis of pp elastic scattering at  $s^{1/2} = 23$  and 62 GeV. *Nucl. Phys.*, B139: 260-266, 1978.
- 14 - CHOU, T.T. & YANG, C.N. Model of elastic high - energy scattering. *Phys. Rev.*, 170(5): 1591, 1968.
- 15 - COVOLAN, R.J.M. et al. Impact parameter space analysis of kaon-proton elastic scattering. *Hadronic J.*, 51, 1990.
- 16 - DIAS DE DEUS, J. Geometrical scaling, multiplicity distributions and cross sections. *Nucl. Phys.*, B59: 231-236, 1973.
- 17 - FAJARDO, L.A. et al. Real part of the forward elastic nuclear amplitude for pp,  $\bar{p}p$ ,  $\pi^+p$ ,  $\pi^-p$ ,  $K^-p$  and  $K^+p$  scattering between 70 and 200 GeV/c. *Phys. Rev.*, D24(1): 46, 1981.
- 18 - FEARNLEY, L.A. et al. Impact parameter analysis of  $\bar{p}p$  elastic scattering from  $s^{1/2} = 7.6$  GeV to 546 GeV. *CERN-EP(85 - 137)*: 1-78, 1985.
- 19 - FRANÇA, H.M. & HAMA, Y. Energy dependence of the eikonal in pp elastic collisions. *Phys. Rev.*, D19(11): 3261, 1979.
- 20 - GIACOMELLI, G. Total cross sections and elastic scattering at high energies. *Phys. Reports*. 23(2): 123-235, 1976.
- 21 - GLAUBER, R.J. High energy collision theory. In: W.E. BRITIN et al. *Lectures in Theoretical Physics*. New York, 1959. Vol. I. p. 315-414.
- 22 - HAYOT, F. & SUKHATME, U.P. Test of a generalized Chou-Yang Model at currently available high energies. *Phys. Rev.*, D10: 2183, 1974.
- 23 - KAMRAN, M. A review of elastic hadronic scattering at high energies and small momentum transfers. *Phys. Reports*. 108(5,6): 275-399, 1984.
- 24 - LIPKIN, H.J. et al. Two - component Pomeron and hadron total cross sections and real parts. *Phys. Rev.*, D17: 366, 1978.
- 25 - MARTIN, A. Asymptotic behavior of the real part of the scattering amplitude at  $-t \neq 0$ . *Lett. N. Cim.*, 7(16): 811, 1973.
- 26 - PÁDUA, A.B. *Análise Fenomenológica no Canal -s do Espalhamento Elástico  $\bar{p}p$  a Altas Energias*. Campinas, IFGW, 1989. Tese (Doutorado) UNICAMP.
- 27 - PERL, M.L. *High Energy Hadron Physics*. New York: John Wiley & Sons, 1974.
- 28 - RUBINSTEIN, R. et al. Large momentum transfer elastic scattering of  $\pi^+$ ,  $K^+$  and  $p^+$  on protons at 100 and 200 GeV/c. *Phys. Rev.* D30: 1413, 1984.