

DISPÊNDIOS COM ALIMENTOS NO BRASIL: UMA CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DA FORMA FUNCIONAL*

H. CARLOS IKEHARA**

Doação à Biblioteca da UNL, deixada pela professora do Departamento de Educação, Dra. Vani Ruiz Viessi. 1987

RESUMO

Contribuição ao estudo das formas funcionais de demanda agregada de alimentos, utilizando dados de corte seccional do ENDEF, a técnica de Box-Cox e modelos tradicionais de demanda. Resultados mostraram que o emprego de formas funcionais arbitrárias tende a produzir erros de estimação em até 552%. Verificou-se, também, que resultados obtidos com o procedimento de Box-Cox, são perfeitamente coerentes com as expectativas a priori e com evidência empírica, permitindo um ajustamento superior ao obtido pelos modelos tradicionalmente utilizados.

1. INTRODUÇÃO

A análise econométrica da forma funcional da demanda de alimentos é importante para esclarecimento de questões relativas aos custos e benefícios de políticas de preços de produtos agrícolas. NEWBERY & STIGLITZ⁽²²⁾, entre outros, notaram que a forma da curva de demanda tem inferências importantes para a distribuição dos benefícios de políticas de mercado entre produtores e consumidores. Pressupõe-se como é razoável fazê-lo no caso de produtos agrícolas, que as flutuações na oferta constituem a principal causa da instabilidade de mercado e que haja necessidade de obtenção de algum grau de estabilização de preços, por meio de transferência de uma unidade de produto, do período de preços baixos para o período de preços elevado. Sob tais circunstâncias, se a demanda é linear, a estabilização aumenta o ganho médio do produtor. Se, por outro lado, a demanda é suficientemente convexa e apresenta elasticidade-preço constante (e.g. duplo-log) a estabilização reduz o ganho médio do produtor. Se a demanda se situa entre casos anteriores, a estabilização reduz o ganho médio do produtor, caso o valor absoluto da elasticidade-preço seja menor que a unidade. Em todos os casos, o ganho dos consumidores é exatamente o oposto do ganho dos produtores, uma vez que este exercício se refere a transferências. A evidência

empírica de que a demanda de alimentos apresenta forma funcional intermediária entre a linear e a duplo-log, tal como sugerido pelo modelo generalizado de Box-Cox, conduziria à conclusão de que, sob as circunstâncias descritas anteriormente, uma política de estabilização de mercado provocaria transferência dos produtores para os consumidores.

A maioria dos estudos de comportamento do consumidor realizados no País se restringem à análise das curvas de Engel. As elasticidades-renda assim obtidas se convertem em instrumentos conceituais para projeção de demanda, sob as seguintes pressuposições: (a) insensibilidade do dispêndio às variações de preço; (b) invariabilidade das elasticidades-renda, em relação ao tempo e às mudanças na estrutura de preços e (c) estabilidade da distribuição de renda. Recentes estudos sobre sistemas completos de demanda, realizados no País^(26, 28) focalizaram as atenções sobre os efeitos de preços sobre o nível de consumo e sobre as elasticidades-renda.

Estudos anteriores sobre determinantes do consumo de alimentos conduzidos no País se basearam em dados de séries temporais agregadas ou em informações provenientes de cortes seccionais^(15, 20, 26, 28). Nestas pesquisas não foi realizada nenhuma análise de variações regionais na estrutura da demanda de produtos alimentícios. Além disso, nos casos em que se empregaram sé-

ries cronológicas, não se avaliou o efeito de características demográficas sobre o dispêndio com alimentos.

Com uma única exceção, a pesquisa anteriormente realizada no País sobre a estrutura de demanda de alimentos não se preocupou com problema de não-linearidade dos parâmetros das variáveis incluídas nos modelos de demanda⁽²⁰⁾. As formas funcionais geralmente utilizadas pelos pesquisadores são apenas casos especiais da forma funcional apropriada, que envolve transformações exponenciais. Investigações realizadas em outros países mostram que as elasticidades estruturais da demanda, derivadas de formas funcionais apropriadas são, as vezes, muito diferentes daquelas que resultam de especificações arbitrárias^(1, 2, 9, 18, 21).

A forma funcional duplo-log é insatisfatória para análise da demanda de alimentos, uma vez que a elasticidade-renda da demanda dela obtida é constante para todas as classes de renda⁽¹²⁾.

Em decorrência desse problema, alguns estudos tem sido conduzido utilizando formas funcionais como a semi-log, a log-inversa ou a duplo-log inversa. Entretanto, as formas funcionais semi-log e log-inversa, apesar de exibirem variações na elasticidade-renda em decorrência de mudanças no nível de renda, apresenta respostas de consumo demasiado rápidas. A forma funcional duplo-log inversa, por outro lado, indica que o item alimentação, para altos ní-

* Versão inicial deste artigo foi apresentada no 34o. Congresso Anual da SBPC — Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciências — Campinas — SP.

** Professor do Departamento de Economia da Fundação Universidade Estadual de Londrina — Mestre em Economia.

veis de renda, torna-se bem inferior.

Por exemplo, o estudo de KIRSTEN⁽¹⁵⁾, realizado em 1977, na cidade de São Paulo, apresentou estimativas de elasticidade-renda da demanda de quarenta e um produtos alimentícios específicos, para treze diferentes níveis de renda. Nesse trabalho o autor empregou as formas funcionais linear, duplo-log e semi-log, e usou a estatística de Durbin-Watson como critério para seleção da forma mais apropriada. Para um agregado de trinta e cinco produtos alimentícios, o autor obteve elasticidade-renda da demanda igual a 0,581 e elasticidade-renda do dispêndio ou gasto igual a 0,717.

TEIXEIRA⁽²⁸⁾, em sua tese de doutorado, estimou parâmetros do sistema LES para três cidades (Porto Alegre, Rio de Janeiro e Recife) do Brasil usando dados amostrais coletados em 1968. Em seu estudo a autora utilizou processo iterativo baseado em expansão da série de Taylor para avaliar parâmetros não lineares da variável tamanho da família no sistema linear de dispêndio (LES) atribuído a STONE⁽²⁷⁾.

Os resultados do presente exercício não são diretamente comparáveis com os obtidos por TEIXEIRA⁽²⁸⁾, uma vez que os dados usados se referem a períodos distintos e a mercados diferentes. Além disso, no presente estudo, estima-se o parâmetro da função de dispêndio com alimentação total, para o qual não existe contrapartida no estudo citado, onde os gastos com alimentação são desagregados em cinco grupos (laticínios e ovos, cereais, carnes e pescado, hortaliças e frutas, e alimentos diversos).

Pode-se hipotetizar que a elasticidade-renda da demanda de alimentos varia inversamente com o nível de renda do consumidor. BROWN & DEATON⁽⁵⁾ discutem esta hipótese mostrando a existência de numerosas evidências empíricas fundamentando a proposição de que, para ampla gama de bens, as elasticidades-renda são funções decrescentes do nível de renda.

A elasticidade variável é compatível com as leis de Engel. Por outro lado, é necessário frisar que a elasticidade constante não é incompatível com essas leis. Contudo, a análise da demanda sob a suposição de elasticidade variável, torna-se mais próxima da realidade, pois na prática sabe-se que o consumidor apresenta sensibilidade diferente no consumo de determinado bem, dependendo do nível de renda.

Dentro deste contexto o presente

trabalho procura obter estimativas de resposta da demanda agregada de alimentos à renda dos consumidores, usando procedimentos propostos por Box e Cox, bem como avaliar o efeito de características demográficas sobre a demanda, salientando o efeito de economias de escala sobre o nível de consumo. Além disso, o estudo tenta contribuir a análise das formas funcionais de demanda de alimentos utilizando-se também os modelos tradicionalmente propostos e tecendo algumas considerações sobre a precisão dos mesmos.

2. METODOLOGIA

2.1. Dados

Os dados são provenientes dos relatórios de pesquisa efetuada no período de 19/08/74 a 11/08/75, pelo ENDEF — Estudo Nacional de Despesa Familiar, realizado em sete regiões do País. Na presente pesquisa, os dados originais, já agrupados, das sete regiões, foram reagrupados em três, a saber: Região Centro-Sul (Rio de Janeiro, São Paulo, Minas Gerais, Espírito Santo, Paraná, Santa Catarina e Rio Grande do Sul); Região Nordeste (Maranhão, Piauí, Ceará, Rio Grande do Norte, Paraíba, Pernambuco, Alagoas, Sergipe e Bahia) e Região Norte-Oeste (Distrito Federal, Rondônia, Acre, Amazonas, Roraima, Pará, Amapá, Goiás e Mato Grosso).

As informações coletadas, referentes ao período da pesquisa, foram as seguintes: despesas correntes, por unidade familiar (UF), expressas em cruzeiros, por ano; despesas de consumo, expressas em cruzeiros, por UF, por ano, e tamanho médio das UF, expresso em número de pessoas.

Os dados referentes às UF foram agrupados em nove classes de renda, calculadas em termos de frações ou múltiplos de maior salário mínimo mensal vigente no País, em agosto de 1974, cujo valor era igual a Cr\$ 376,80, que correspondia, em termos anuais, a Cr\$ 4.500,00 de 1974, aproximadamente, para as três regiões, por extrato de renda⁽⁴⁾.

2.2. Modelo com parâmetros variáveis

A formalização do uso da técnica da transformação de variáveis é originalmente devida a TUKEY⁽²⁹⁾, em 1957. Em seu trabalho, o autor discutiu as propriedades da transformação, mas presumiu que o valor do parâmetro de transformação fosse conhecido ou de es-

colha fácil. TURNER, MONROE & LUCAS⁽³⁰⁾, em 1961, discutiram a estimativa de parâmetros de transformação, mas apenas nas variáveis independentes, sugerindo um processo iterativo baseado numa série de Taylor. BOX & TIDWELL⁽³⁾, em 1962, forneceram exemplos deste processo e indicaram convergência rápida.

BOX & COX⁽²⁾, em 1964, na medida do conhecimento disponível, foram os primeiros a explorar, de modo sistemático, a transformação de variável dependente num contexto exponencial. SCHLESSELMAN⁽²⁵⁾, em 1971, entretanto mostrou que a estimativa desta transformação não era invariante em relação à unidade de medida da variável dependente, a menos que se incluíssem um termo constante no modelo de regressão. ZAREMBKA⁽³²⁾, em 1968, mostrou que o último termo da função maximizada de log-verossimilhança ($\sum \ln v_i$), para unidades apropriadas de medição da variável dependente (v_i) era igual a zero, simplificando a tarefa de maximização sobre todo o espaço paramétrico.

Testes de razão de verossimilhança foram desenvolvidos por KENDAL & STUART⁽¹⁴⁾, em 1967, e DRAPER & COX⁽⁶⁾, em 1969, mostraram que o método proposto para estimativa da transformação exponencial poderia ser útil, mesmo na ausência de normalidade precisa. ZAREMBKA⁽³³⁾, em 1974, mostrou que a estimativa de parâmetros de transformação de variáveis por métodos de máxima verossimilhança eram robustos à não-normalidade, mas não à heterocedasticidade do termo de erro, indicando, entretanto, um procedimento para avaliação da magnitude deste viés em problemas empíricos. MEDEIROS⁽²⁰⁾, em 1978, foi o autor do único estudo que empregou transformação exponencial de variáveis, em análise de demanda, no País, utilizando apenas um operador de transformação para as variáveis dependente e independente, ao analisar a demanda de alimentos e de educação, na Cidade de São Paulo.

No presente estudo, a transformação aplicada na análise da forma funcional é a sugerida por BOX & COX⁽²⁾, mas a pesquisa da forma funcional mais apropriada é mais flexível, usando diferentes parâmetros de transformação para as variáveis dependentes e independentes,

$$\frac{(v_i^\lambda - 1)}{\lambda} = \beta_0 + \beta_1 \frac{(Y_i^\mu - 1)}{\mu}$$

$$+ \frac{(Y_2^\mu - 1) + u_i}{\mu} \quad (I)$$

para $i = 1, 2, 3$. Neste modelo, v_i é a variável dependente ou endógena, indicadora de dispêndio com o produto i ; y_i (dispêndio total) e y_2 (tamanho da unidade de consumo) são duas variáveis explicativas, não estocásticas e independentes; u_i é um termo de erro estrutural; β_j , onde $j = 0, 1, 2$, são os parâmetros estruturais; e λ e μ são os operadores de transformação exponencial. Uma forma funcional alternativa, mas relacionada com (I), foi proposta por RAMSEY(24).

Esta equação de dispêndio pode ser interpretada como se fosse derivada de uma equação de demanda, que por sua vez, tivesse resultado de comportamento otimizando dos consumidores, sob as restrições orçamentárias. No procedimento geralmente utilizado, a especificação da forma funcional (I) depende da especificação de uma função de utilidade explícita, como a de Klein-Rubin, nos sistemas lineares de dispêndio (LES) atribuídos a STONE(27) e nos sistemas lineares expandidos de dispêndio (ELES), propostos por LLUCH(17) e usados em análise de dados locais e nacionais de dispêndio, de modo pioneiro, por TEIXEIRA(28). Nota-se, entretanto, que estes procedimentos apenas indicam as variáveis que, sob um ponto de vista de coerência teórica, deveriam compor as equações do sistema de demanda na forma de dispêndio. Eles não dizem nada acerca da forma funcional mais apropriada de (I), restringindo-a ao caso em que $\lambda = 1$ e $\mu = 1$. No presente estudo deixa-se que os próprios dados das amostras indiquem a natureza das transformações paramétricas que maximizam verossimilhança. Em seguida, testa-se a significância estatística das diferenças entre a forma linear, outras formas alternativas e a forma funcional apropriada.

A forma funcional da equação (I) é determinada pelos valores dos parâmetros λ e μ . Por exemplo, sendo $\lambda = \mu = 1$, a equação (I) se torna igual a

$$v_i^\lambda = \beta_0 + \beta_1 y_1^\mu + \beta_2 y_2^\mu + u_i \quad (II)$$

em que v_i é uma função linear de y_1 e y_2 e do termo de erro estrutural não observável. De modo similar, para $\lambda = 1$ e $\mu = -1$, a equação (I) corresponde à forma funcional inversa. No outro extremo, na medida em que $\mu \rightarrow 0$ e $\lambda \rightarrow 0$, a equação (I) se aproxima da for-

ma funcional duplo-log.

Em estudo pioneiro de função de dispêndios, PRAIS & HOUTHAKER(23) consideraram as seguintes formas funcionais, com base em considerações apriorísticas:

$$v_i = \beta_0 + \beta_1 y_1^{-1} + \beta_2 y_2^{-1} + u_i \quad (III)$$

$$v_i = \beta_0 + \beta_1 y_1 + \beta_2 y_2 + u_i \quad (IV)$$

$$\log v_i = \beta_0 + \beta_1 \log y_1 + \beta_2 \log y_2 + \log u_i \quad (V)$$

$$\log v_i = \beta_0 + \beta_1 y_1^{-1} + \beta_2 y_2^{-1} + \log u_i \quad (VI)$$

$$v_i = \beta_0 + \beta_1 \log y_1 + \beta_2 \log y_2 + u_i \quad (VII)$$

Demonstrou-se anteriormente a possibilidade de representar estas cinco diferentes formas funcionais por meio da equação (I), onde os parâmetros λ e μ determinam o grau de não-linearidade, e β_0, β_1 e β_2 são expressões que

envolvem β_0^*, β_1^* e β_2^* . Cada uma das formas funcionais (III) a (VII), pode ser representada como um caso especial de (I). Especificamente, se $\lambda = 1$ e $\mu = -1$, tem-se (I) = (III); se $\lambda = 1$ e $\mu = 1$, tem-se (I) = (IV); se $\lambda \rightarrow 0$ e $\mu \rightarrow 0$, tem-se (I) = (V); se $\lambda \rightarrow 0$ e $\mu = -1$ tem-se (I) = (VI); e se $\lambda = 1$ e $\mu \rightarrow 0$, tem-se (I) = (VII).

A correspondência entre (I) e a duplo-log pode ser demonstrada do seguinte modo. Observa-se que qualquer número positivo e finito z pode ser expresso de forma $z = e^{\ln z}$ e que $e^{\ln z}$ pode ser expandido de modo

$$e^{\ln z} = 1 + \ln z + \frac{1}{2!} (\ln z)^2 \dots \quad (VIII)$$

Considerando-se a variável dependente de (I) e resultado de (VII) pode-se escrever

$$\frac{(v_i - 1)}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} \left[1 + \lambda \ln v_i + \frac{1}{2!} (\lambda \ln v_i)^2 - \dots - \dots - 1 \right] = \ln v_i - \frac{1}{\lambda} (\lambda \ln v_i)^2 + \dots \quad (IX)$$

Para $\lambda \rightarrow 0$, a expressão (IX) tem o valor limite $(v_i^\lambda - 1)/\lambda = \ln v_i$, tal como demonstrado por KMENTA(16). Resultado idêntico é obtido para as variáveis explicativas da equação (I), quando o operador de transformação μ tende a zero. Visto que estas são expressões

limitantes de λ e μ , a transformação é contínua na vizinhança de zero.

As formas funcionais log-inversa e semi-log também são casos especiais da equação (I). Dos resultados apresentados até aqui torna-se claro que, se $\lambda \rightarrow 0$ e $\mu \rightarrow -1$, a equação se aproxima da forma funcional log-inversa. Raciocínio similar mostra que para $\lambda = 1$ e $\mu \rightarrow 0$ a equação (I) assume a forma funcional semi-log. Por meio de variação dos parâmetros λ e μ no intervalo $(-1, 5, 1)$, a equação (I) fornece uma série de formas funcionais. É de interesse que este conjunto de formas funcionais inclua as formas geralmente usadas na análise de demanda do consumidor.

2.2.2 Estimadores de máxima verossimilhança

Pressupondo que o erro estrutural da equação (I) seja NID com média zero e variância finita σ^2 , a função de verossimilhança para uma amostra pode ser expressa da seguinte forma

$$L(\beta, \sigma^2, \lambda, \mu) = (2 \pi \sigma^2)^{-\frac{n}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (v_i - \lambda \ln v_i)^2 \right\} \quad (X)$$

onde J é a jacobiana para transformação das variáveis aleatórias V_i . BOX & COX(2) pressupõem que v_i , na jacobiana da transformação (X) é função linear do vetor de parâmetros β . Pode-se, entretanto, relaxar esta premissa, permitindo que v_i seja função não linear de β , mas isto geralmente conduz a acréscimo considerável na tarefa de computação. Contudo, restringindo-se a análise a modelos não lineares da forma discutida por NELDER(22) e usando a extensão proposta por WOOD(31), o acréscimo de computação não se torna proibitivo.

As estimativas dos parâmetros β , σ^2 e μ podem ser obtidas por maximização da função de verossimilhança (X), expressa na forma logarítmica. Para dados valores de λ e μ pode-se maximizar a função de verossimilhança para o vetor de parâmetros β e σ^2 . A função resultante sintetizada de verossimilhança possui a forma

$$L(\lambda, \mu) = -\frac{1}{2} \ln \sigma^2(\lambda, \mu) + (\lambda - 1) \sum_{i=1}^n \ln v_i \quad (XI)$$

onde $\sigma^2(\lambda, \mu)$ é a estimativa da variân-

cia do erro estrutural condicionado nos parâmetros λ e μ . Portanto, a função (XI) é maximizada escolhendo-se λ e μ que minimizam $\sigma^2(\lambda, \mu)$.

Visto que λ e μ devem se situar dentro do intervalo $(-1,5; 1)$ pode-se obter o máximo de (XI) por meio de emprego de pesquisa numérica sobre uma série de valores paramétricos. O par de valores λ e μ , que gera as estimativas de mínimos quadrados ordinários do vetor de parâmetros β , dado o estimador de variância residual mínima, se aproxima das estimativas de máxima verossimilhança de λ, μ, β e σ^2 correspondentes, tal como mostrado por ZAREMBKA⁽³³⁾. Como se sabe, não é possível garantir, em princípio, que a função de verossimilhança tenha máximo, nem tampouco que o máximo obtido seja global. Sob a pressuposição de que estes problemas não ocorrem e de que a função seja bem comportada, os estimadores obtidos com a aplicação deste procedimento apresentam propriedades ótimas-coerência, eficiência assintótica e normalidade assintótica⁽¹³⁾.

Usando a razão de máxima verossimilhança é possível testar a hipótese sobre λ e μ e construir regiões de confiança aproximadas ao nível $100(1 - \alpha)$ por cento de probabilidade. A hipótese nula $H_0: \lambda = \mu = 0$ pode ser testada calculando-se o logaritmo da razão entre o valor da função de verossimilhança avaliada no ponto ótimo para β_1, β_2 e σ^2 , condicionada à hipótese nula, e ao valor da mesma função no ponto de máximo para $\lambda, \mu, \beta_1, \beta_2$ e σ^2 , em qualquer condição. Sob a hipótese nula, este logaritmo é assintoticamente distribuído com $\frac{1}{2} \chi^2$ e ϕ graus de liberdade, onde ϕ é o número de parâmetros de transformação:

$$L(\hat{\lambda}, \hat{\mu}) - L(\lambda, \mu) < \frac{1}{2} \chi^2(\alpha) \quad (\text{XII})$$

Para se obter algum α determinado, ao fazer a igualdade em (XII), pode-se obter a região de confiança em torno de $(\hat{\lambda}, \hat{\mu})$. Para isto basta determinar os vetores (λ, μ) para os quais a igualdade não se verifica.

Pressupõe-se que o viés decorrente de dispêndios anormais tenha sido removido ou reduzido, uma vez que a renda foi empregada como variável instrumental de agrupamento, tal como sugerido por ZAREMBKA⁽³³⁾.

A validade das premissas de inexistência de correlação serial nos resíduos das regressões estimadas e de homocedasticidade do termo de erro é indicada

da pelos testes estatísticos de DURBIN-WATSON^(7, 11) e de GLEISER⁽⁸⁾. Visto que o método de mínimos quadrados ordinários é utilizado no ajustamento das equações de dispêncio, pode-se usar a estatística de DURBIN-WATSON para testar a hipótese de correlação serial nos resíduos.

Deve-se notar, entretanto, que sendo o procedimento de DURBIN-WATSON essencialmente um teste de amostra grande, pode não ser aplicável nesta pesquisa, em que se dispõe de, no máximo, trinta e seis observações para cada regressão.

Um aspecto discutível deste procedimento se refere à possibilidade das transformações resolverem o problema de não-linearidade nas equações de regressão ou o problema de heterocedasticidade. ZAREMBKA⁽³²⁾, entretanto, mostrou que, se as transformações provocam homocedasticidade do termo de erro, os parâmetros das relações são estimados de modo coerente.

A inclusão da variável dispêndio total no modelo empírico, como variável dependente, foi orientada pela formulação teórica. ressalta-se que o dispêndio total anual não é exatamente igual à renda corrente anual, uma vez que esta última inclui poupança corrente, além do dispêndio, ou gasto total. Em razão dessa diferença é que as elasticidades de dispêndio deriváveis do modelo (I), que inclui gasto total como variável independente, podem apresentar vies ascendente, isto é, podem ser superestimadas⁽¹⁰⁾. Contudo, na medida em que seja financiado por meio de renda corrente, poupança passada e empréstimos, o dispêndio total de consumo se torna uma variável explicativa mais adequada que a renda corrente. No que tange ao presente estudo, essa característica é especialmente vantajosa, uma vez que não se dispõe de informações específicas sobre outras variáveis, além do tamanho da UF, que podem influenciar o consumo e o gasto com produtos alimentícios. A vantagem adicional se deve ao fato de que a omissão de variáveis relevantes também provoca um viés nos parâmetros estimados. Nesse contexto é que se considera o dispêndio total como variável "proxi" da renda permanente, que é o conceito salientado pela moderna teoria do consumo, conquanto a renda permanente, medida em termos de gasto anual de consumo, seja bastante insatisfatória.

A variável tamanho da unidade de consumo é medida em número de pes-

soas e é incluída no modelo com o objetivo de captar possível efeito de economias de escala sobre os níveis de consumo de alimentos.

As elasticidades-renda da demanda de alimentos, para vários níveis de renda e dispêndio, são dadas níveis de renda e dispêndio, são dadas por

$$n_{v_i/y_j} = \beta_{ij} (y_j/v_i)^2 \quad (\text{XIII})$$

Atenta-se para o fato de que as elasticidades-renda, dependem não apenas dos valores das variáveis dependentes e independentes, mas também, de modo relevante, dos valores ótimos dos parâmetros de transformações. Por outro lado, os sinais dessas elasticidades dependem, exclusivamente, dos sinais dos parâmetros β .

Os parâmetros de economias de escala são dados por $n_{e_i} = n_{y_{1i}} + n_{y_{2i}}$, para

cada grupo de produtos i . MASSEL & HEYER⁽¹⁹⁾ atentam para o fato de que, se a soma destas elasticidades for menor que a unidade, indica que o dispêndio *per capita* com alimentos decresce na medida que o tamanho da família aumenta. Alternativamente, se a soma destas elasticidades for maior que a unidade indica-se que o dispêndio *per capita* se eleva com o aumento do tamanho da unidade familiar.

Completa-se o modelo (I) com a especificação das características do termo de erro estrutural u_i . Sob as pressuposições usuais especifica-se que o termo u_i é NID, tem média igual a zero, é homocedástico e não correlacionado com qualquer variável explicativa. Além disso pressupõe-se que os u_i não sejam correlacionados entre si.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1. Parâmetros de máxima verossimilhança

Discute-se inicialmente a parte mais relevante dos resultados do procedimento para determinação dos parâmetros de transformação das funções de demanda. As variáveis dispêndio com agregados de produtos e dispêndio total foram transformados de acordo com a equação (I), fazendo λ variar entre $-0,7$ e $-0,1$, com intervalos de $0,1$ e fazendo com que μ variasse entre $-1,0$ e $-0,1$, com intervalos também iguais a $0,1$. Obtiveram-se estimativas da variância do erro para cada regressão de v_i sobre y_1 e cal-

cularam-se os valores de $L_{\max}(\lambda)$ e $L_{\max}(\mu)$. Verifica-se que, nas médias, os parâmetros λ e μ que maximizam verossimilhança variam entre regiões em que foi dividido o País (Centro-Sul, Norte-Oeste e Nordeste). Os valores de λ e μ que maximizam verossimilhança são iguais a $-0,2$ e $-0,5$, respectivamente, na Região Centro-Sul; iguais a $-0,2$ e $-0,6$, respectivamente nas regiões Norte-Oeste e Nordeste. Visto que, em todos os três modelos, os valores de máxima verossimilhança dos parâmetros de transformação são menores que zero, pode-se prever que as elasticidades-renda da procura sejam decrescentes, para níveis crescentes de renda dos consumidores. Tudo leva a crer que as formas funcionais duplo-log e linear ($\lambda = 0, \mu = 0$ e $\lambda = 1, \mu = 1$, respectivamente) não são apropriadas para analisar a demanda destes produtos nestas regiões. O fato de que as funções de verossimilhança, para os diferentes grupos de produtos e regiões, são maximizadas em diferentes valores de λ e μ , mostra que a forma funcional que melhor se aproxima da verdadeira estrutura varia entre produtos e entre regiões. Os resultados obtidos também mostram que as formas funcionais apropriadas, em alguns casos, se afastam das funções linear e duplo-log, que são expressões mais usadas em pesquisa aplicada.

Os coeficientes de determinação (\bar{R}^2) ajustados para graus de liberdade, obtidos para as funções que incluem

estes parâmetros maximizadores de verossimilhança, variam entre 0,94 e 0,99 e são, evidentemente, mais elevados que em quaisquer funções alternativas. Da mesma forma, as estimativas de variância do termo de erro ($\hat{\sigma}^2(\lambda, \mu)$), para estas funções alternativas ajustadas.

A análise de autocorrelação do termo de erro tem validade tanto no caso de séries temporais como no caso em que a variável independente é ordenada, como ocorre na presente pesquisa. As estatísticas (DW) de Durbin-Watson, obtidas para as nove equações com parâmetros (λ e μ) que maximizam verossimilhança, variam dentro dos limites 0,222 e 2,437, indicando ocorrência de problemas de correlação serial nos resíduos destas equações. Baixos valores da estatística de Durbin-Watson, calculadas nos pontos de máxima verossimilhança, indicariam especificação inadequada dos modelos. Adiante, tenta-se melhorar a especificação do modelo geral, acrescentando-lhe mais uma variável explicativa. Deve-se notar, entretanto, que a estatística de Durbin-Watson envolve, essencialmente, um teste de amostra grande e pode não ser aplicável no presente estudo, uma vez que a amostra de maior tamanho tem 36 observações.

3.2 Modelos alternativos e testes de hipóteses

As equações estimativas de dispêndio com alimentação, condicionadas em

dispêndio total e tamanho da UC, para as três grandes regiões do País, são apresentadas nos Quadros 1 a 4, inclusive. Nestes quadros apresentam-se tanto as estimativas dos parâmetros das equações "gerais", isto é, com transformações de máxima verossimilhança, como estimativas paramétricas referentes a cinco formas funcionais alternativas e geralmente utilizadas em análise de dispêndio e demanda. Nas equações de forma "geral", a variável tamanho da UC é incluída com as mesmas transformações exponenciais que as estimadas para a variável dispêndio total, para cada região e produto.

Os valores de \bar{R}^2 obtidos para as equações "gerais" variam entre 0,94 a 0,99 e são sempre mais elevados que valores obtidos para as equações de formas funcionais alternativas. Da mesma forma, as estimativas (L) de máxima verossimilhança são sempre superiores, nas equações gerais, quando comparadas com as estimativas obtidas para as equações alternativas. Contudo, vale lembrar que, ao se empregar o procedimento de transformação exponencial, a estatística \bar{R}^2 não é relevante, em termos de indicação dos parâmetros de transformação mais apropriado. Nota-se também que valores elevados do coeficiente de determinação ajustado, na presente pesquisa, eram esperados em decorrência do procedimento prévio de agregação dos dados individuais, segundo os estratos de renda dos consumidores.

Quadro 1. — Estimativa de parâmetros de funções alternativas da demanda de alimentos, região Centro-Sul, 1974.

Função	Variável Explicativa			\bar{R}^2	DW ^b	λ	μ	L ^c	χ^2
	β_0	y_1	y_2						
Linear	$-0,184531 \cdot 10^4$	$0,847986 \cdot 10^{-1}$ (15,117)	$0,158414 \cdot 10^4$ (5,443)	0,874	1,072*	1	1	-270,58785	-977,37
Duplo-log	$-0,126004 \cdot 10^1$	0,503321 (41,760)	0,644894 (11,706)	0,986	1,134*	0	0	121,58058	-193,03
Semi-log	$-0,340502 \cdot 10^5$	$0,101697 \cdot 10^5$ (31,707)	$-0,162891 \cdot 10^4$ (1,111)	0,969	2,038	1	0	-245,22620	-926,65
Log-inv	$0,400732 \cdot 10^1$	$-0,358013 \cdot 10^4$ (13,788)	0,724659 (2,204)	0,897	1,132*	-1	0	85,67017	-264,85
Inversa	$0,687441 \cdot 10^4$	$-0,671521 \cdot 10^8$ (8,593)	$0,345522 \cdot 10^5$ (3,493)	0,710	1,210*	1	-1	-285,56755	1007,33
Geral	0,116794	$0,514864 \cdot 10^1$ (46,431)	$0,258954 \cdot 10^{-1}$ (3,494)	0,990	1,229*	-0,2	-0,5	218,09675 ^d

(a) Estatística t. de Student entre parêntesis. Valor esperado de $\chi^2_{0,05} = 7,88$, com 1 g.l.

(b) DW indica estatística de Durbin-Watson, e (*) indica autocorrelação serial positiva, significativa ao nível 0,005 de probabilidade.

(c) Região de confiança ao nível de 0,95 de probabilidade

(d) Estimativa de máxima verossimilhança.

Quadro 2. — Estimativas de parâmetros de funções alternativas da demanda de alimentos, Região Norte-Oeste, 1974.

Função	Variável Explicativa			\bar{R}^2	DW ^b	λ	μ	L ^c	χ^2
	β_0	y ₁	y ₂						
Linear	-0,340326.10 ⁴	0,104565 (13,363)	0,170564.10 ⁴ (7,314)	0,957	1,605	1	1	-123,3351	-448,00
Duplo-log	0,129231.10 ¹	0,453048 (16,669)	0,887444 (8,573)	0,983	1,994	0	0	61,1162	-79,10
Semi-log	-0,377507.10 ⁵	0,101606.10 ⁵ (10,792)	0,338025.10 ⁴ (0,942)	0,935	0,504	1	0	-127,0339	-455,40
Log-inv	-0,424079.10 ¹	-0,366710.10 ⁴ (5,672)	-0,590203.10 (0,909)	0,897	0,539	0	-1	44,4769	-112,39
Inversa	0,118539.10 ⁵	-0,704518.10 ⁸ (3,571)	0,723066.10 ⁴ (0,364)	0,681	0,574	1	-1	-141,3928	-484,12
Geral	0,108716	0,105926.10 ² (10,945)	0,773798.10 ⁻¹ (3,189)	0,969	0,711	-0,2	-0,6	100,666 ^d

- (a) Estatística t. de Student entre parêntesis. Valor esperado de $\chi^2_{0,05} = 7,88$, com 1 g.l.
- (b) DW indica estatística de Durbin-Watson.
- (c) Região de confiança ao nível de 0,95 de probabilidade.
- (d) Estimativa de máxima verossimilhança.

Quadro 3. — Estimativas de parâmetros de funções alternativas da demanda de alimentos, região Nordeste, 1974.

Função	Variável Explicativa			\bar{R}^2	DW ^b	λ	μ	L ^c	χ^2
	β_0	y ₁	y ₂						
Linear	-0,209500.10 ⁴	0,166781 (15,067)	0,103887.10 ⁴ (7,057)	0,979	1,833	1	1	-56,3465	-243,57
Duplo-log	0,119678.10 ¹	0,509131 (41,154)	0,66536 (16,787)	0,998	2,516	0	0	41,7629	-47,35
Semi-log	-0,321250.10 ⁵	0,102159.10 ⁵ (33,625)	-0,343008.10 ⁴ (3,523)	0,995	2,430	1	0	-49,2163	-229,31
Log-inv.	0,378741.10 ¹	-0,4112861.10 ⁴ (17,870)	0,257780.10 ¹ (7,125)	0,992	2,527	1	0	34,1016	-62,67
Inversa	0,143572.10 ⁴	-0,812700.10 ⁸ (13,505)	0,819920.10 ⁵ (8,701)	0,973	2,614	1	-1	-57,40693	-245,69
Geral	0,135040	0,106407.10 ² (43,754)	-0,361262.10 ⁻² (0,485)	0,999	2,547	-0,2	-0,6	65,43805 ^d

- (a) Estatística t. de Student entre parêntesis. Valor esperado de $\chi^2_{0,05} = 7,88$, com 1 g.l.
- (b) DW indica estatística de Durbin-Watson.
- (c) Região de confiança ao nível de 0,95 de probabilidade.
- (d) Estimativa de máxima verossimilhança.

As estatísticas de Durbin-Watson (DW) calculadas para as equações de forma "geral" variam entre 0,488 e 2,547, indicando, em três das nove regressões de forma "geral", ocorrência de problemas de correlação serial positiva nos resíduos destas equações. Tal como evidenciado anteriormente, isto indicaria a persistência do problema de especificação inadequada dos

modelos. Vale lembrar, contudo, que a estatísticas DW pode não ser aplicável no presente caso, dado o reduzido tamanho das amostras usadas. A presença de correlação serial tende a afetar as estimativas das variancias dos coeficientes de regressão parcial, mas não envieza as estimativas destes coeficientes. Como se sabe, a presença de correlação serial significativa nos resíduos

das equações ajustadas não afeta as características de não tendenciosidade e coerência dos estimadores de mínimos quadrados, mas afeta sua eficiência. Deve-se notar, contudo, que o teste de Durbin-Watson pode não ser aplicável no presente estudo, em que as amostras utilizadas são relativamente pequenas. Além disso, salienta-se que os baixos valores de estatística

DW podem ser decorrentes de um viés de agregação, bastante provável em se tratando de dados que foram previamente agregados sobre unidades de consumo. Outras possibilidades podem ser a presença de erros na variáveis e o problema ou viés de simultaneidade. Nenhuma destas possibilidades é considerada no presente estudo.

Os valores calculados de t para os testes de hipótese nula de homocedasticidade, nos modelos com transformação de máxima verossimilhança, são dados no Quadro 4.

Quadro 4 – Estatística dos testes de hipótese de homocedasticidade do termo residual. Equações de dispêndios com transformações de máxima verossimilhança, Brasil.

Região	g.l.	$t_{0,05}^e$	t
Centro-Sul	36	1,688	0,835
Norte Oeste	18	1,734	0,353
Nordeste	9	1,833	0,240

Fonte: Dados da pesquisa.

Evidencia-se que, em nenhum dos três modelos, a hipótese de homocedasticidade dos termos de erros deve ser rejeitada. Tal como demonstrado por ZAREMBKA⁽³²⁾, se as transformações exponenciais dos parâmetros das relações são estimados de modo coerente. Além disso, estes resultados evidenciam que a correção prévia dos dados agregados, de acordo com o tamanho da amostra, não é necessária. Na verdade, esta correção, realizada em teste preliminar, resultou em “perturbação” generalizada das equações empíricas.

Tal fenômeno, aliás, tem sido constatado em casos, como o do presente estudo, em que os tamanhos das amostras dos estratos não diferem entre si de modo substancial.

Os dados dos quadros 1 a 3 também corroboram o conhecimento prévio sobre a importância da forma funcional para a discriminação de modelos econômicos. Nota-se que os sinais e os valores das estatísticas t dos coeficientes de y_1 e y_2 são grandemente afetados pela escolha de λ e μ . Verificou-se, por exemplo, que a forma funcional inversa ($\lambda = 1$ e $\mu = -1$) levaria à rejeição de y_2 como determinante do dispêndio com alimentos, na Região Norte-Oeste, com base no sinal de seu coeficiente e estatística t de Student. Por outro lado, as formas duplo-log, log-inversa e semi-log também conduziram à rejeição da variável y_2 , ao nível de 0,05, como determinantes dos dispêndios com alimentos em diferentes regiões.

Em síntese, a escolha a priori e arbitrária dos parâmetros de transformação λ e μ (por exemplo, zero ou um) pode provocar erro de especificação, tanto no que diz respeito à forma funcional como no que se refere às variáveis incluídas nos modelos. Portanto, o uso da forma funcional incorreta pode provocar discriminação incorreta dos modelos.

As três equações de dispêndio, para as três regiões, de forma “geral” (isto é, com as transformações de máxima verossimilhança), indicam relações estruturais de acordo com a teoria e com pesquisa empírica anterior. Todos os coeficientes da variável dispêndio total tem sinal positivo esperado. Além disso, com uma única exceção, os sinais dos coeficientes da variável tamanho

da UC indicam sempre relação direta com dispêndio por UC. Em todos os três modelos os coeficientes de regressão parcial de y_1 são pelo menos dez vezes maiores que os erros-padrão correspondentes. Com uma exceção, os coeficientes de y_2 nas equações de forma “geral” são maiores que os respectivos erros-padrão.

Grande número de formas funcionais tem sido sugeridos para análise da relação de Engel. Como se demonstrou anteriormente, estas formas são casos específicos da forma funcional “geral” ou com transformações exponenciais. O emprego de formas funcionais inadequadas pode conduzir a estimativas tendenciosas das elasticidades-renda da demanda.

Os testes de razão de verossimilhança, apresentados nos Quadros 1 a 3, mostram que em todos os casos, as cinco formas funcionais arbitrárias são estatisticamente diferentes das formas funcionais com transformações de máxima verossimilhança. Este resultado substancia a evidência referente a erros de estimação das elasticidades de demanda, quando se empregam formas funcionais arbitrárias.

Os dados do Quadro 5 são apresentados com o intuito de mostrar os erros relativos de estimação que seriam incorridos, caso se utilizasse, especificações arbitrárias, em vez da forma funcional mais apropriada em cada uma das regiões. Verifica-se, inicialmente, que a forma funcional semi-log gera, sistematicamente, elasticidades-renda maiores que as outras cinco formas funcionais. A forma funcional log-inversa, por outro lado, produz elasticidades-renda da demanda sempre menores que as obtidas a partir das outras formas funcionais.

Quadro 5. – Elasticidade-renda da demanda. Formas funcionais alternativas. Regiões do Brasil, 1974^a.

Forma Funcional	Centro - Sul		Norte - Oeste		Nordeste	
	n_{y_1}	Δn_{y_1}	$n_{y_1}^*$	$\Delta n_{y_1}^*$	n_{y_1}	$\Delta n_{y_1}^*$
Alimentos						
Linear	0,416	84,89	0,377	104,89	0,416	74,79
Duplo-log	0,503	123,56	0,453	146,20	0,509	113,87
Semi-log	1,036	306,44	1,201	552,72	1,439	504,62
Log-inv.	0,074	-167,11	0,115	-37,50	0,233	-2,10
Inversa	0,142	-36,89	0,261	41,85	0,646	171,43
Geral	0,255	0,184	0,238

(a) n_y é a elasticidade-renda da demanda; Δn_y é o erro de estimação, relativo ao emprego da forma funcional apropriada (geral), expresso em percentagem da elasticidade obtida a partir da equação de máxima verossimilhança.

3.3 Matrizes de elasticidade de demanda

Tal como evidenciado no Quadro 5, o emprego de formas funcionais arbitrárias pode provocar erros de super-estimação, das elasticidades-renda da demanda de alimentos, superiores a 550% das elasticidades obtidas a partir da forma funcional apropriada. Os erros de sub-estimação, por outro lado, podem ser de até 167%.

As elasticidades-renda da demanda calculadas a partir dos parâmetros da forma funcional "geral", contendo as transformações que maximizam verossimilhança, são coerentes com as expectativas *a priori*. Nas três regiões estudadas, os valores de η_{y_i} indicam que, em conjunto produtos alimentícios são considerados bem normais, pelos consumidores "típicos" destas regiões. As elasticidades-renda da demanda agregada de alimentos, variam entre 0,2 e 0,4, aproximadamente. Estes resultados se comparam favoravelmente com as estimativas obtidas em estudos anteriores, da ordem de 0,46, para o País como todo, e de aproximadamente 0,39, para a Cidade de São Paulo (15, 28).

O somatório das elasticidades-renda e tamanho da UC fornece evidência da importância das economias ou deseconomias de escala no consumo de alimentos. A soma destas duas elasticidades são menores que a unidade, indicando ocorrência de economias de escala no consumo nas três regiões analisadas. Na medida em que os resultados obtidos espelhem os verdadeiros efeitos de tamanho das UC sobre a estrutura de demanda, é de esperar que, no futuro, reduções no tamanho da UC, decor-

rentes de programas de controle de natalidade, contribuam para aumento dos níveis de consumo *per-capita* em todas as regiões, conquanto afetam de modo diferenciados os níveis de dispêndio com alimentos.

3.4 Nível de Renda e Elasticidades de demanda agrícola

Visto que alimentos são considerados bens essenciais ou de primeira necessidade era de esperar que suas elasticidades-renda de demanda se situasse entre zero e a unidade e que apresentasse relação inversa com o nível de renda dos consumidores. Na medida em que se eleva o nível de renda é de esperar que decresça a propensão média do consumo de alimentos (w_i). Tal como evidenciado no Quadro 6, estas três expectativas são confirmadas, nas três regiões estudadas. Para os nove níveis de renda considerados variando entre Cr\$ 3.978,00 de 1974 (A) e Cr\$ 116.748,00 de 1974(I) *per capita*, por ano, as estimativas de η_{y_i} oscilam entre 0,40 e 0,07, decrescendo na medida em que se eleva o nível de renda dos consumidores. Na Região Centro-Sul as estimativas de w_i referentes a alimentos variam entre 55%, para o estrato de renda inferior, e 10% para o estrato mais rico.

CONCLUSÃO

O emprego de modelos de demanda excessivamente arbitrários tende a enviazar as estimativas estruturais de mercado, uma vez que, os parâmetros de transformação que maximizam verossimilhança variam sensivelmente entre as

regiões estudadas. Constatou-se também que tais parâmetros eram menores que zero, podendo, portanto, prever que as elasticidades de demanda seriam decrescente para níveis crescente de renda dos consumidores. Esta é uma constatação relevante em pelo menos dois aspectos. De um lado, ela evidencia coerência com o conhecimento empírico e, por outro, mostra que as formas funcionais usualmente discriminadas arbitrariamente, como a linear e duplo-log, não são apropriadas para análise da demanda agregada de alimentos, pelo menos nessas regiões.

A estimação e análise comparativa de seis formas funcionais alternativas de modelos de demanda, mostraram que o emprego de formas funcionais arbitrárias, além de incorrer em erros de especificação, pode conduzir a problemas de super-estimação das elasticidades-renda da demanda de alimentos, superiores a nível de até 552% em relação às elasticidades obtidas a partir do modelo de Box-Cox. Por outro lado, os erros de sub-estimação podem ser da ordem de até 167% destas últimas estimativas.

Com efeito, os resultados obtidos com uso do modelo com parâmetros variáveis, indicam que o impacto de políticas de redução de preços de alimentos, para os consumidores, podem exercer efeitos significativamente diferentes, sobre a demanda deste agregado, do que indicariam as previsões obtidas através do uso de modelos discriminados arbitrariamente.

A evidência obtida no que tange ao aspecto economias de escala no consumo de alimentos é de especial interesse para elaboração de previsões

Quadro 6. – Estimativas de elasticidade - renda da demanda de alimentos e propensões média a consumir para diferentes níveis de renda, Brasil, 1974^a.

Nível de Renda	Região Centro-Sul		Região Norte-Oeste		Região Nordeste	
	w_i	η_{y_i}	w_i	η_{y_i}	w_i	η_{y_i}
A	0,553	0,384	0,486	0,306	0,647	0,398
B	0,520	0,302	0,492	0,253	0,648	0,310
C	0,464	0,255	0,473	0,218	0,621	0,271
D	0,407	0,222	0,443	0,198	0,576	0,240
E	0,350	0,195	0,406	0,177	0,564	0,219
F	0,294	0,170	0,358	0,146	0,526	0,209
G	0,226	0,144	0,321	0,125	0,454	0,178
H	0,176	0,120	0,228	0,100	0,393	0,151
I	0,104	0,087	0,154	0,070	0,230	0,098

(a) Elasticidade - renda obtidas do parâmetros do modelo com transformação de máxima verossimilhança.

e projeções de consumo a nível regional. Constatou-se que reduções no tamanho da unidade de consumo, previstas em consequência de políticas de controle de natalidade, tenderão no futuro, a resultar em redução no dispêndio com alimentos nas regiões Centro-sul e Norte-oeste, ocorrendo o inverso na região Nordeste.

As relações entre o nível de renda dos consumidores e elasticidades-renda são coerentes com as expectativas *a priori* e indicam que os consumidores de estratos de renda menores são mais sensíveis que os mais ricos, face a variações em renda. Por outro lado,

a relação entre elasticidade-renda da demanda de alimentos e nível de renda, indica que os consumidores mantêm fortemente suas preferências e as exercem na medida em que lhes é permitido pela renda disponível. É de se esperar que, pelo menos nos estratos de renda abaixo da média, políticas de preços e de redistribuição da renda enfrentam respostas bastante sensíveis e adequadas. Pelo contrário, as tendências observadas, na direção de maiores índices de concentração de renda e de elevação dos níveis de preços reais de alimentos, terão efeito adversos sobre o consumo alimentar, especialmente entre os consumidores de baixa renda,

em todas as regiões, e mesmo entre os consumidores de renda média, nas regiões Norte-Oeste e Nordeste.

Ainda dentro deste aspecto, pode-se concluir que os resultados obtidos neste estudo, no curto prazo, é a renda dos grupos mais pobres o principal fator que influencia a demanda de alimentos. Além disso, conclui-se que acréscimos na produção de alimentos serão absorvidos, em grande parte, sem que haja queda significativa nos preços, caso a prosperidade econômica seja generalizada e resulte em aumento de renda real dos estratos mais pobres da população.

ABSTRACT

This paper has contributed the study of the functional forms of aggregate demand of aliments, by using the date of ENDEF, a technique of Box-Cox and traditional models of demand. Their results have shown that the use of functional form would arbitrate a tendency with an error of estimation up to 552%. Anyway, it veriful that the obtained results with the procedure of Box-Cox an perfectly currents with a priori expectations and with the empirical evidence permitty a superior adjustent to the results obtained by traditional models.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. BENUS, J.; KMENTA, J.; SHAPIRO, H. The dynamics of household budget allocation to food expenditures. *The Review of Economics and Statistics*, Boston, 57 (2): 129-138, 1976.
2. BOX, G.E.P. & COX, D.R. An analysis of transformations. *Journal of the Royal Statistical Society, London*, 26 (2): 211-252, 1964.
3. BOX, G.E.P. & TIDWELL, P.W. Transformation of the independent variables. *Technometrics*, Washington, D.C., 4: 531-550, 1962.
4. BRASIL. Ministério da Agricultura. SUPLAN - Subsecretaria de Planejamento e Orçamento. *Estudo Nacional de Despesa Familiar ENDEF: consumo alimentar - despesa das famílias, dados preliminares*. Brasília, 1975. 121 p.
5. BROWN, A. & DEATON, A. Models of consumption behavior: a survey. *Economic Journal*, Cambridge, 82 (328): 1145-1236, 1972.
6. DRAPER, N.R. & COX, D.R. On distributions and their transformation to normality. *Journal of the Royal Statistical Society, London*, 31-B: 472-476, 1969.
7. DURBIN, J. & WATSON, G.S. Testing for serial correlation in least squares regression. II. *Biometrika*, Raleigh, 38 (1): 159-178, 1951.
8. GLEJSER, H. A new test for heteroskedasticity. *American Statistics Association Journal*, Washington, D.C., 64 (2): 316-323, 1969.
9. HASSAN, A.Z. & JOHNSON, R.S. Direct price elasticity estimates from family budget data. *Canadian Journal of Agricultural Economics*, Ottawa, 25 (3): 54-61, 1977.
10. HASSAN, A.Z.; JOHNSON, R.S.; GREEN, R.D. Price elasticity estimates from family expenditure data: an application of the extended linear expenditure system. *Canadian Journal of Agricultural Economics*, Ottawa, 27 (1): 41-52, 1979.
11. HOWE, H. Development of the extended linear expenditure system form simple savings assumptions. *European Economic Review*, Amsterdam, 6 (2): 303-310, 1975.
12. IKEHARA, H.C. & BRANDT, S.A. Demanda agrícola regional: um modelo com parâmetros variáveis. *Revista de Economia Rural*, Brasília, 19 (1), 1982.
13. IKEHARA, H.C. *Alocação de dispêndios com produtos agrícolas no Brasil: um modelo com parâmetros variáveis*. Viçosa, UFV - Imprensa Universitária, 1981, 140 p. Tese (Mestr.) Univ. Fed. Viçosa.
14. KENDALL, M.G. & STUART, A. *The advanced theory of statistics: inference and relationships*. London, Griffin, 1967. vol. 2.
15. KIRSTEN, J.T. *Elasticidade-renda da demanda de produtos agrícolas: um ensaio econométrico*. São Paulo, IPE/USP., 1977. 57 p. (Trabalhos para discussão interna).
16. KMENTA, J. *Elementos de econometria*. São Paulo, Atlas, 1978. 670 p.
17. LLUCH, C. The extended linear expenditure system. *European Economic Review*, Amsterdam, 4 (1): 21-32, 1973.
18. LLUCH, C.; POWELL, A.A.; WILLIAMS, R.A. *Patterns in household demand and savings*. Oxford, Oxford University Press, 1977. 412 p.
19. MASSEL, F.B. & HEYER, J. Household expenditure in Nairobi: a statistical analysis of consumer behavior. *Economic Development and Cultural Change*, 25 (3) 212-233, 1975.
20. MEDEIROS, J.A.S. Curvas de Engel e transformação de Box-Cox: uma aplicação aos dispêndios em alimentação e educação na Cidade de São Paulo. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, Rio de Janeiro, 8 (3): 795-823, 1978.
21. MELLOR, J.W. Food price policy and income distribution in low-income countries. *Economic Development and Cultural Change*, Chicago, 27 (1): 1-26, 1978.
22. NEWBERY, D.M.G. & STIGLITZ, J.E.

- The economic impact of price stabilization.* Washington, D.C., Agency for International Development, 1977. 38 p.
23. PRAIS, S.J. & HOUTHAKKER, H.S. *The analysis of family budgets.* Cambridge, Cambridge University Press, 1955. 341 p.
24. RAMSEY, J.B. Limiting functional forms for market demand curves. *Econometrica*, Amsterdam, 40 (1): 327-341, 1972.
25. SCHELESSELMAN, J. Power families: a note on the Box-Cox transformation. *Journal of the Royal Statistical Society*, London, 33-B: 307-311, 1971.
26. SOARES, M.F.V.; BRANDT, S.A.; GOMES, A.R.M. Estrutura e expansão do mercado interno - indicação para política agrícola. *CONGRESSO BRASILEIRO DE AGRONOMIA*, 11, Curitiba, 1979. *Anais...* Curitiba, 1979. v. 1, p. 205.
27. STONE, R.A. Linear expenditure systems and demand analysis: an application to the pattern of British demand. *Economic Journal*, Cambridge, 64 (3): 511-527, 1954.
28. TEIXEIRA, S.M. *Income, family composition and social factors as variables in an expenditure model: the case of Brazil.* West Lafayette, Purdue University, 1979. 158 p. Tese (Ph.D.) Purdue University.
29. TUKEY, J.W. On the comparative anatomy of transformations. *Annals of Mathematical Statistics*, London, 28: 602-632, 1957.
30. TURNER, M.E.; MONROE, R.J.; LUCAS, H.L. Generalized asymptotic regression and non-linear path analysis. *Biometrika*, Raleigh, 17 (1): 120-143, 1961.
31. WOOD, J.T. An extension of the analysis of transformation of Box and Cox. *Journal of the Royal Statistical Society*, London, 23 (3): 278-283, 1974.
32. ZAREMBKA, P. Functional form of the demand for money. *Journal of the American Statistical Association*, Washington, D.C., 63 (1): 47-53, 1968.
33. _____. *Frontiers in econometrics.* New York, Academic Press, 1974. 252 p.
-