ESTATÍSTICA E GEOGRAFIA: NOTAS

Marcos Alegre

Para o público, em geral, a palavra estatística representa um amontoado de números apresentados em quadros e tabelas. Na verdade, êstes quadros e tabelas constituem a expressão numérica do fenômeno e apenas a fase preliminar de qualquer atividade estatística.

Foi a partir do século XVII que os estudiosos começaram a notar a estabilidade que guardam certas relações entre vários fenômenos quando se baseiam em número grande de observações: Por Ex., a proporção de nascimentos, a de mortes em uma população, em condições normais, varia pouco de um ano para outro. Aos poucos vai se percebendo que a influência do acaso reduzia-se à proporção que se multiplicavam as provas. Emergem, paulatinamente, as interpretações dos dados surgindo a análise estatística com aplicações dos cálculos de probabilidade definindo-se conceitos e leis e sua utilidade no que se respita à descrição e explicação de fenômenos complexos acabando por invadir, praticamente, todos os campos do conhecimento fundamentando numerosas teorias científicas. Desta forma, a análise estatístcia converteu-se em complemento indispensável da cultura científica.

Problemas ligados à economia, à população e certos fenômenos físicos e praticamente todos os fatos ligados ao homem e que podem ser traduzidos em valores quantitativos, são passíveis de análises estatísticas que conzduzem à melhor interpretação desses fatos possibilitando o estudo racional de planos capazes de ensejar as soluções adequadas.

E o geógrafo moderno, atento a estes problemas, por temperamento e profissão deve, não só persegui-los de perto como também, através de seus estudos, análises e interpretaçẽos das tendências das variáveis, formular hipóteses capazes de contribuir para o encontro de soluções que resultam, em última análise, em organização ou reorganização doespaço, objetivo maior da Geografia. O método estatístico deve ocupar, portanto, um lugar de destaque também na formação do geógrafo que, desta maneira estará melhor preparado para tirar proveito de valores quantitativos que escapam, muitas vêzes, a um exame puramente intuitivo. E hoje, mais do que nunca, na era dos computadores, a revolução no campo geográfico fornecendo melhores e maiores armas para que se manifeste, em toda plenitude, o pensamento criador do geógrafo.

É certo que ocorre alguma resistência contra o emprêgo da estatística pelos geógrafos porque, embora possa ela trabalhar com dados incompletos ou parcialmente exatos, exige resultados de razoável precisão com a qual o geógrafo, regra geral, não está habituado. Apela-se também contra o método estatístico por êle subentender certo conhecimento matemático contra o qual a ojeriza é grande. Entretanto, o procedimento estatístico mais comum — e suficiente para a maioria dos trabalhos de Geografia — não exige mais do que um certo discernimento e, sobretudo, o conhecimento em profundidade do problema em si, do valor das variáveis que se pretende analisar sem perder de vista, nunca, que o objetivo a ser alcançado é o conhecimento geográfico funcionando a Estatística, bem como qualquer outro método, inclusive a Cartografia, como meio e não como fim em si mesma.

Poderemos dizer, afinal, que a compreensão dos fatos geográficos subentende, necessariamente, a análise dos seus valores numéricos representaivos e que resume uma gama por vêzes grande de situações particulares e cuja utilização requer métodos estatísticos. Realizada esta fase, há que se traduzir e concretizar os resultados através da cartografia que permite exprimir as variáveis que resume a situação geográfica dos fenômenos e sugere correlações básicas para as interpretações.

É verdade que, na impossibilidade de análises mais profundas das variáveis numéricas, sua tradução em gráficos claros e precisos já representam apreciável contribuição à solução de problemas ou pelo menos à sua correta apresentação principalmente quando a complexidade dos dados suscita dúvidas e controvérsias quanto à sua interpretação.

Falando através de símbolos, poderíamos comprar a obra do geógrafo com a construção de um edifício. O construtor precisará de matéria prima de boa qualidade e de um projeto bem lançado traduzido em plantas claras e corretas, se quiser obter uma boa casa. Mas é claro que se o arquiteto não tiver capacidade o resultado será duvidoso.

Os valores numéricos representam para a Geografia a matéria prima, ou pelo menos parte dela, enquanto o projeto é a Cartografia. Se, contudo, o geógrafo não estiver capacitado, a obra final deixará muito a desejar.

Assim como também de nada adiantará se o material de construção ficar bem arrumadinho no terreno e a existência de um belo projeto se não for edificada a casa, terá pouco significado geográfico apenas o trabalho estatístico e a redação cartográfica se o geógrafo não interfirir com suas descrições, análises e interpretações e, fazendo valer seu poder de decisão, apresentar o resultado final — A Geografia.

AS PROPRIEDADES DE EQUIVALÊNCIA E CONFORMALIDADE NA PROJEÇÃO CILINDRICA: CONTRIBUIÇÃO DIDÁTICA.

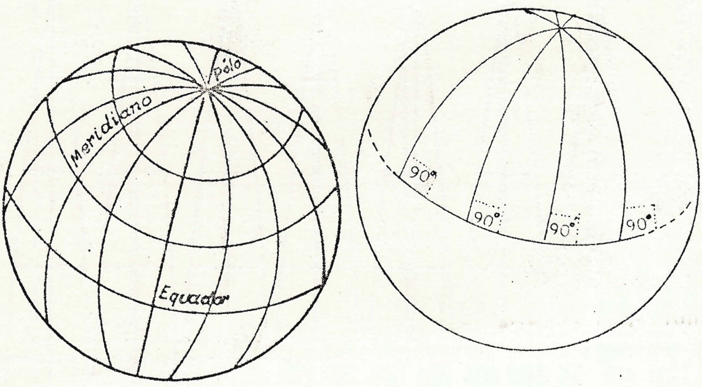
Marcos Alegre

A forma real da Terra é a de um esferóide oblato, ou seja um sólido semelhante à esfera e achatado nos pólos. Todavia, para fins práticos e considerando que, regra geral, a representação da Terra em termos globais ou para grandes áreas da superfície terreste é feita através de pequena escla pode ser considerada uma esfera.

A localização de pontos ou lugares e mesmo áreas na superfície deve ser realizada, sempre, pela utilização de um sistema de coordenadas. Este sistema é formado pelos paralelos e meridianos que definem a latitude e a longitude de cada ponto à superfície. A latitude é medida em graus sobre os meridianos e a partir do Equador para o norte ou para o sul (zero no Equador e 90º nos pólos). A longitude é medida em graus sobre os paralelos e a partir de um meridiano incial tomado como origem (zero em Greenwich e 180º para leste ou oeste).

Como se sabe os paralelos, entre os quais o Equador, são circunferências cujos comprimentos diminuem a partir da latitude zero (no Equador) e os meridianos, também circulares, têm todos o mesmo comprimento, são perpediculares aos paralelos e se encontram nos pólos.

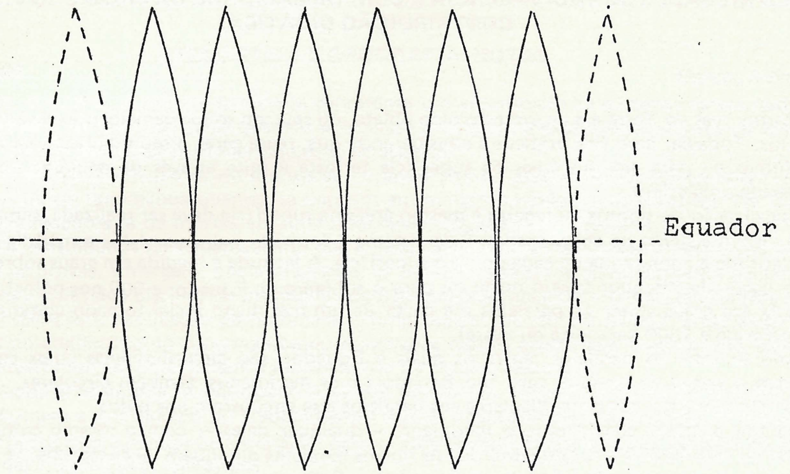
Para fins práticos considera-se o meridiano — qualquer deles — com o mesmo comprimento do Equador ou seja 40.000 km, enquanto que os outros paralelos diminuem de comprimento com o aumento da latitude (Paralelo igual Equadro x Coseno da latitude do paralelo em questão). O paralelo de 60º, por exemplo tem 20.000 Km porque o Coseno de 60º igual 0,5 e 40.000 vezes 0,5 dará 20.000. Lembrar ainda que sobre o Equador o arco de um grau vale 111,11 Km (40.000 dividido 360 igual 111,11) e no paralelo de 60º esse arco vale 55,5 Km (20.000 dividido 360 igual 55,5).



INSERIR FIGURA 01

Observe-se que numa superfície curva, duas linhas perpendiculares, — no caso dois meridianos — não são paralelas. Elas se encontram em um ponto (pólo). É o que ocrre com os meridianos. São perpendiculares ao Equador e encontram-se nos pólos formando fusos. (Figura 1)

Na esfera ou esferóide — corpo sólido e portanto com três dimensões — os meridianos e paralelos aparecem como demonstra a figura 1. Passando-a para o plano, isto é considerando apenas duas dimensões, teríamos que "achatar" a esfera. Supondo que isto fosse possível resultaria, aproximadamente na representação vista na figura 2.



INSERIR FIGURA 02

Nesta figura a Terra — ou parte dela — aparece "achatada" e os meridianos abertos. Notar que a latitude máxima (90º) que na Terra é apenas um ponto onde todos os meridianos se cruzam, foi desdobrado em tantos outros pontos quantos são os fusos e os próprios meridianos se desdobram a partir do Equador criando espaços vazios entre eles e seccionando também os paralelos.

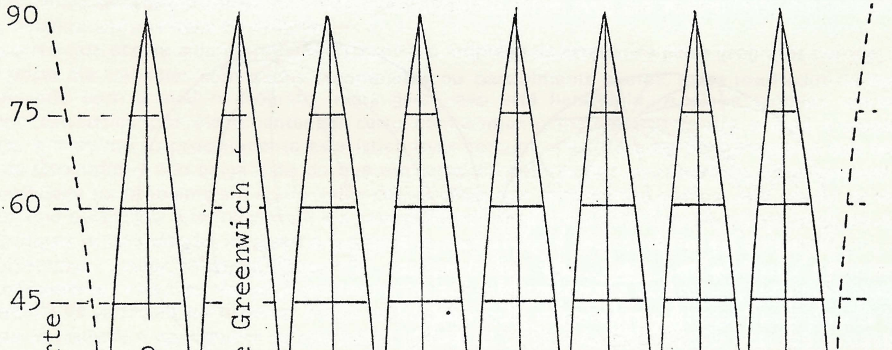


FIGURA 03

Situação real para o Hemisfério Norte. Paralelos e meridianos transportados para o plano. Observe-se que os meridianos, dois a dois, formam fusos. Os múltiplos de 15 são os eixos dos fusos horários cabendo 7º30' para cada lado. São estes os limites do fuso que aparecem abertos como que desligados do pólo.

Oeste - Longitude - Leste

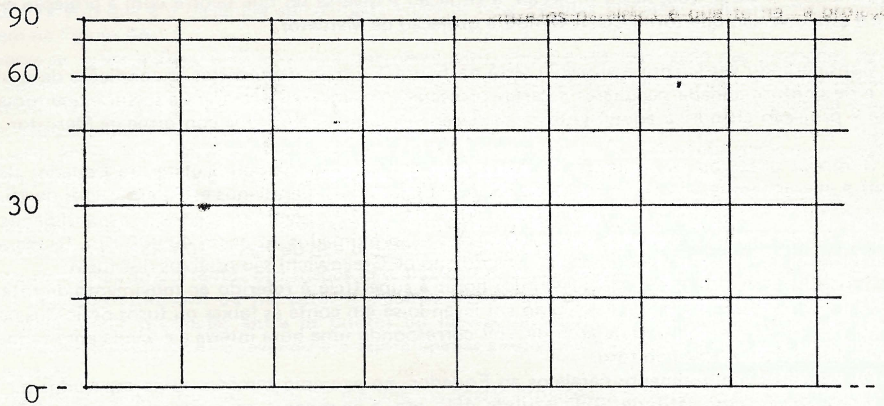
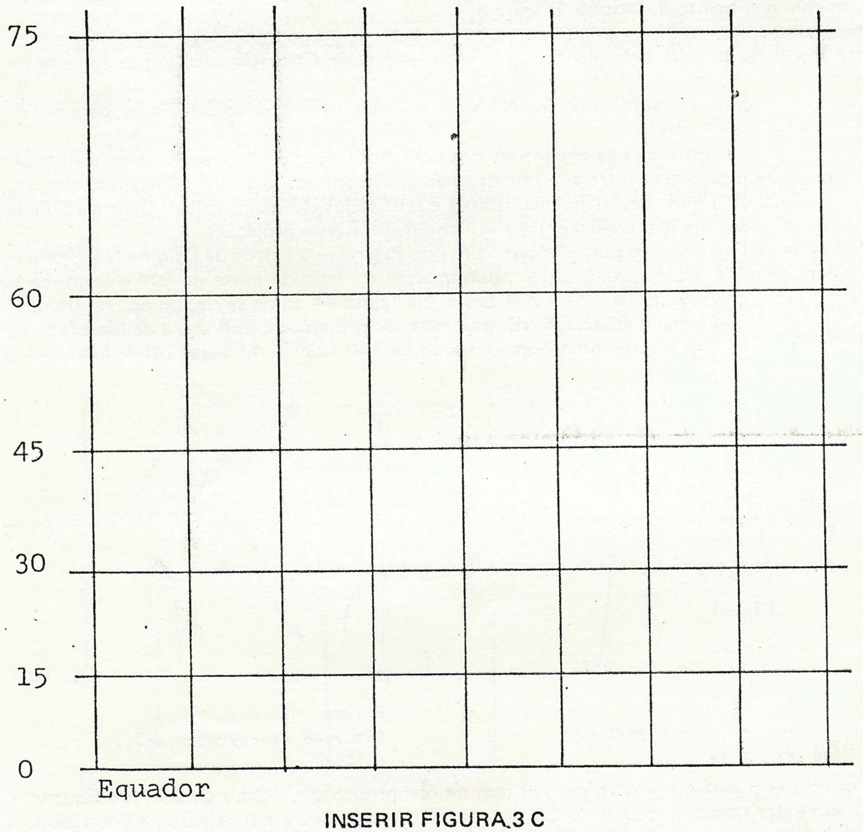


FIGURA 03 B

Situação na projeção cilíndrica . Os espaços entre os paralelos diminuem à medida que os espaços entre os meridianos, que deveriam formar fusos e fechar-se, permanecem paralelos entre si e com os espaços aumentados. Este "achatamento" do espaço entre os paralelos é que torna a projeção cilíndrica EQUIVALENTE.



INSERIR FIGURA 3 C

Situação na projeção de Mercator. Os espaços entre os paralelos aumentam à medida que os espaços entre os meridianos, que deveriam fechar-se, permanecem paralelos entre si com os espaços aumentados. Note-se que, nesta projeção, a situação é inversa do que ocorre com a projeção cilíndrica e é esta inversão que torna CONFORME a projeção de Mercator.

Considerando verdadeira a situação vista na figura 1 e para demonstrar as condições de **equivalência** e de **conformalidade** peculiares a certas projeções, vejam-se os exemplos a seguir e que tomam por base a projeção cilíndrica equivalente e a projeção cilíndrica modificada conforme de Mercator. (Figura 3)

Como se observou na Figura 1 os meridianos são curvos e perpendiculares ao Equador (latitude zero) e encontram-se nos pólos (latitude 90°). Na figura 2 os meridianos estão espaçados de 15 em 15 graus o que corresponde a um fuso horário 360°/24 = 15°). Lembrar que todos os meridianos têm o mesmo comprimento e que, em valores redondos e aproximados, atingem 40.000 Km. Os meridianos múltiplos de 15° a partir da origem zero (meridiano de Greenwich) são os eixos dos fusos.

O sistema adotado para a contagem das horas à superfície é referido ao movimento de rotação da Terra e sua posição diária em relação ao sol levando-se em conta as faixas ou fusos definidos pelos arco de 15° de longitude. A cada arco de 15° corresponde uma hora interia e é válida para todo o fuso a hora do meridiano eixo do fuso.

Os paralelos, naturalmente paralelos ao Equador, no exemplo também estão espaçados de 15 em 15 graus significando latitude 30°, latitude 45°, etc. e os espaços entre eles são iguais. (Não exatamente, mas aceita-se como tal) — Figura 3A.

Nas projeções cilíndricas (equivalente) e de Mercator (conforme), Figuras 3B e 3C os meridianos aparecem traçados paralelamente entre si e perpediculares ao Equador **mas não se cencontram nos pólos.** Enquanto isso os espaços entre os paralelos diminuem com o aumento da latitude na projeção cilíncrica equivalente (Fig. 3B). Na projeção conforme de Mercator, ao contrário, esses espaços auentam com o aumento da latitude (Figura 3C).

Observam-se com atenção as alterações que o sistema de coordenadas — paralelos e meridianos — sofre em cada uma das projeções confrontando-as com a situação real como aparece na figura 1.

Que ocorreu com os meridianos, do real como devem ser na superfície da Terra, para sua representação nas projeções citadas?

Na superfície terrestre eles se encontram nos pólos formando cunhas ou fusos e nas duas projeções eles se apresentam paralelos entre si e por isso não se encontram. Significa, portanto, que eles foram "desligados" do pólo onde deveriam encontrar-se e retificados (tornados retos). Ocorre assim, uma distorção, pois é evidente que o espaço entre eles ficou maior nessas projeções.

Observe-se — Figura 4 — o que acontece com dois lugares — a cidade de Oslo na Noruega e a cidade de Helsinque na Finlândia, situados nas proximidades da latitude norte de 60° e lingitude também aproximada respectivamente de 11° e 25° Leste. Na figura 4A como se situam no real (temos aproximados) e na figura 4B como aparecem representadas nas projeções cilíndricas e de Mercator. O espaço entre ambas as cidades é representado por um arco de 14° (25° — 11 igual 14) de longitude medido sobre o paralelo de 60°.

FIGURA 04

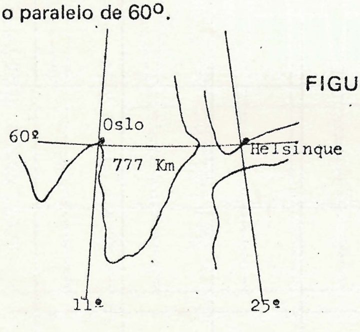


Figura 4A
Situação na superfície da Terra

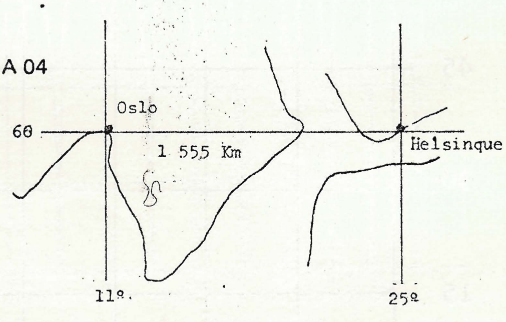


Figura 4B
Situação na representação cilíndrica

Sabe-se que o paralelo inteiro de 60° tem de comprimento a metade do valor do Equador ou seja, 20.000 km e isto porque o coseno de 60° vale 0,5%(Lembrar que um paralelo vale linearmente, o comprimento do Equador multiplicado pelo coseno da latitude do paralelo considerado). No caso será 40.000 x 0,5 igual 20.000 Km. E sobre este paralelo um arco de 14º vale (20.000 dividido 36) vezes 14 igual 777 Km que é a distância aproximada entre as duas cidades tomadas como exemplo e como aparecem na Figura 4A.

Observe-se agora a Figura 4B e se verá que neste caso, como a representação nas projeções cilíndricas ou de Mercator por causa do paralelismo dos meridianos, a distância entre as duas cidades foi "esticada". Sobre estas projeções o arco de 14º ou qualquer outro tem a mesma distância que o arco correspondente medido sobre o Equador qualquer que seja a latitude.

Um arco de 14º no Equador vale 1.555 km (111,11 vezes 14 igual 1.555) e que passa a ser, nestas projeções a mesma distância que define o espaço entre as cidades de Oslo e Helsinque.

Conclue-se, portanto que nas projeções cilíndricas e de Mercator as distâncias que aparecem no mapa medidas sobre os paralelos valem o dobro do real na latitude de 60º valem menos do dobro nas latitudes menores de 60º e mais do que o dobro nas latitudes maiores 60º.

Outra conclusão importante: Em mapas desenhados em escala pequena (grandes áreas) e quando a base é a projeção cilíndrica ou Mercator e algumas outras que apresentam problemas semelhantes, **não se pode medir distâncias entre os pontos ou lugares notadamente nas latitudes mais elevadas usando a régua (escalímetro) e levando em conta apenas a escala do mapa pois o erro que se comete é muito grande.**

Viu-se, assim, que o espaço entre os meridianos nessas projeções permanece sempre o mesmo já que os meridianos tornaram-se paralelos entre si. Desta maneira, se esses espaços deveriam diminuir com o crescimento da latitude até se anularem no pólo e no entanto permanecem constantes significa que eles vão aumentando.

Para manter a mesma relação de área entre o real e o mapa e tornar a projeção equivalente como a cilíndrica ou torná-la conforme mantendo os ângulos entre áreas da superfície da Terra e as correspondentes no mapa, como na projeção de Mercator e considerando que não há possibilidade de se alterar o espaço entre os meridianos — ampliados em relação ao real — a solução encontrada foi **diminuir** o espaço entre os paralelos para compensar o aumento do espaço entre os merdianos no caso da equivalência de área ou **aumentar** o espaço entre os paralelos para manter os ângulos e a forma da área como no caso da conformabilidade.

Equivalência e Conformalidade: demonstração prática

Para concretizar a situação de **equivalência** (manutenção da área) e **conformalidade** (manutenção da forma) tome-se como exemplo uma pequena porção da superfície terrestre definida por um quadrado cujo lado mede o arco de um grau de longitude e situado na latitude 60º. (Figuras 5, 6 e 7)

Recorde-se que um grau de longitude no paralelo de 60º vale 55,5 Km porque o coseno de 60º igual 0,5.

(40.000 vezes cos. 60) dividido 360 ——— (40.000 vezes 0,5) dividido 360 igual 55,5 Km

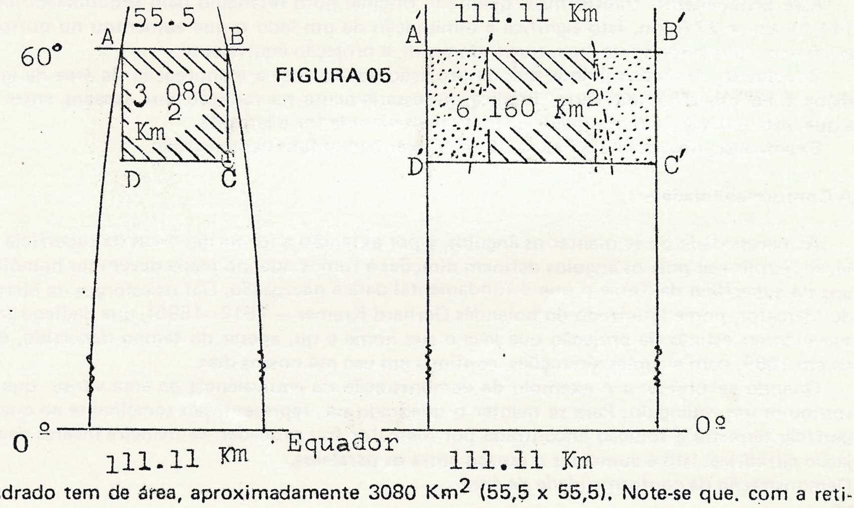


FIGURA 05

Esse quadrado tem de área, aproximadamente 3080 Km² (55,5 x 55,5). Note-se que, com a retificação e o paralelismo dos meridianos, os vértices do quadrado ABCD foram levados para os pontos A'B'C'D'; o quadrado transforma-se num retângulo e com área maior que a do quadrado original.

A distância em longitude entre os dois meridianos definindo arco de grau de 55,5 Km na latitude de 60° passou a ser 111,11 Km, igual, portanto ao arco de um grau medido sobre o Equador e assim a área na representação passou a ser 6.160 Km² (11,11 x 55,5). A proporção de aumento para cada lado do meridiano no retificado foi da ordem de 1540 Km².

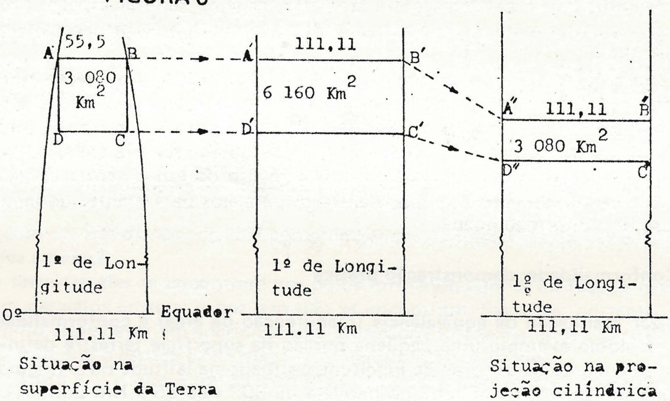
Notar, na figura, que não foi mantida a área real da superfície (3080 Km²) para o mapa (6160 Km²) e nem a forma pois o quadrado transforma-se num retângulo.

A Equivalência –

Desta maneira, para manter na representação o mesmo valor da área original só há uma solução: **diminuir o espaço entre os paralelos** de modo a "achatar" mais o antigo quadrado (veja Figura 6) Demonstração da equivalência de área

DEMONSTRAÇÃO DA EQUIVALÊNCIA

FIGURA 6



Esse achatamento transforma-o quadrado original num retângulo bem pronunciado com lados de 111,11 km e 27,6 km. Isto significa a diminuição de um lado o que aumentou no outro de modo a estabelcer compensação de área, tornando assim, a projeção equivalente.

Conclue-se, por conseguinte que na projeção equivalente a manutenção da área de igual valor no mapa e na superfície da Terra, implica, necessariamente na **redução dos espaços entre os paralelos** e que, esta tedução, é tanto maior quenato mais elevada for a letitude.

Examina-se, novamente a Figura 3B para fixar bem o fato demonstrado.

A Conformabilidade –

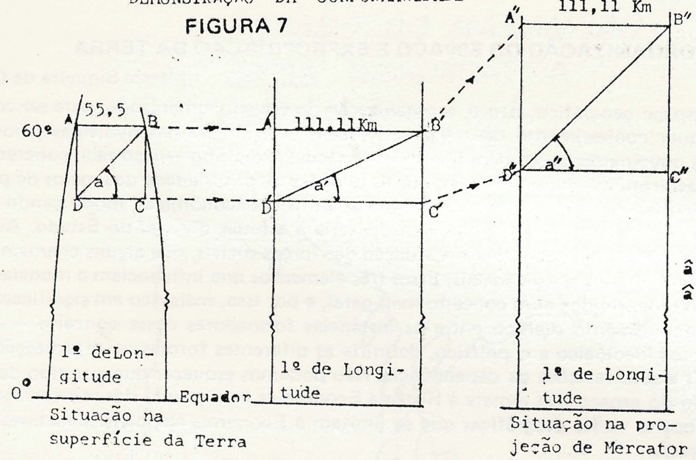
A necessidade de se manter os ângulos, e por extensão a forma das áreas da superfície na representação, explica-se pois os ângulos definem direções e rumos que, no mapa devem ser homólogos (iguais) aos da superfície da Terra o que é fundamental para a navegação. Daí os esforços de Mercator (Gerardo Mercator, nome latinizado do holandês Gerhard Kremer – 1512–1595), que dedicou trinta anos de sua vida ao estudo da projeção que leva o sue nome e qu, apesar do tempo decorrido, ela foi lançada em 1569, com algumas alterações, continua em uso até nossos dias.

Quando se observou o exemplo da demonstração da equivalência de área viu-se que o quadrdao tornou-se um retângulo. Para se manter o quadrado na representação semelhante ao quadrado na superfície terrestre a solução encontrada por Mercator fou proceder de maneira inversa daquela da projeção cilíndrica, isto é **aumentar o espaço entre os paralelos.**

Demonstração da conformalidade da área

DEMONSTRAÇÃO DA CONFORMALIDADE

FIGURA 7



Os lados do quadrado AD e BC que de início mediam 55,5 km passam a ter o dobro, ou seja 111,11 km para acompanhar o aumento do lado AB e DC que também ficaram com 111,11 km quando os meridianos foram retificados na projeção cilíndrica e na projeção de Mercator.

Desta maneira, o quadrado inicial focou com área muito aumentada pois de 3080 km² passou a ter 12.345 km² (111.11 x 111,11) mas manteve a forma — continua se ser um quadrado no mapa tal qual o quadrado da superfície. O importante é que o ângulo â (diagonal do quadrado de origem) é igual ao do quadrado no mapa segundo Mercator.

Conclue-se por conseguinte que na projeção conforme a manutenção do ângulo e da forma iguais no mapa e na superfície da Terra, implica necessariamente na **ampliação dos espaços entre os paralelos** e que esta ampliação é tanto maior quanto mais elevada for a latitude.

Examine-se novamente a Figura 3C para fixar bem o fato demonstrado comparando-a com a Figura 3A de modo a entender a lógica das duas projeções.